

Anexos

Datos complementarios

Holcim (Costa Rica) S.A. y Productos de Concreto S.A.



Anexos

AN-1. Factores de conversión	3
AN-2. Cargas vivas	4
AN-3. Cargas de viento	5
AN-4. Pesos de diferentes elementos constructivos	5
AN-5. Áreas y perímetros de varillas en cantidades de 1 a 10	7
AN-6. Cantidad de varillas que puede acomodarse en una sola capa en vigas	7
AN-7. Áreas y perímetros de varillas en secciones de un metro de ancho	8
AN-8. Tablas para dobleces de varillas	9
AN-9. Mezclas típicas de concreto de resistencia 210 kg/cm ²	9
AN-10. Agua libre que llevan los agregados	10
AN-11. Secuencia de dosificación y mezclado de concreto en batidora	10
AN-12. Elaboración de cilindros según norma ASTM C 31	10
AN-13. Cantidad de materiales por metro cuadrado de pared de bloques	11
AN-14. Mano de obra necesaria para pegar paredes de bloque	11
AN-15. Cantidad de materiales y mano de obra por m ² de repello	11
AN-16. Cantidad de materiales por metro cuadrado de contrapiso	12
AN-17. Cantidad de materiales por metro cuadrado de piso sordo de madera	12
AN-18. Cantidad de materiales por metro cuadrado de piso de terrazo	12
AN-19. Cantidad de materiales por metro cuadrado de cielo de fibro-cemento	12
AN-20. Cantidad de materiales por metro cuadrado de cielo de tablilla	13
AN-21. Cantidad de materiales para techos	13
AN-22. Datos útiles de algunas maderas estructurales	13
AN-23. Datos meteorológicos e índices climáticos de riesgo de pudrición de madera	15
AN-24. Cantidad de materiales por metro lineal de formaleta para vigas corona	15
AN-25. Cantidad de material por metro lineal de viga corona	16
AN-26. Superficie en m ² que cubre madera en diferentes anchos y largos	16
AN-27. Cantidad de formaleta por m ² de losa de 10 a 15 cm de espesor y 3 m de alto	16
AN-28. Cantidad de formaleta por metro de columna de sección cuadrada o rectangular	17
AN-29. Cantidad de formaleta por metro lineal de viga	17
AN-30. Cantidad de materiales por m ² de pared de madera	17
AN-31. Distribución de cargas en vigas	18
AN-32. Coeficientes de deflexión y rotación por cargas de pre-esfuerzo	27
AN-33. Momentos en vigas con extremos empotrados	29
AN-34. Propiedades de secciones geométricas	30
AN-35. Propiedades de áreas planas	33

Foto de portada: Vista panorámica, Centro Industrial Holcim, San Rafael de Alajuela

AN-1. Factores de conversión

Medidas de longitud

1 pulgada	=	2.54
cm		
1 pie	=	12.00
pulg		
1 pie	=	30.48
cm		
1 yarda	=	3.00
pies		
1 yarda	=	91.44
cm		
1 milla	=	1.61
km		
1 milla náutica	=	1.85
km		
1 vara	=	83.60

Medidas de superficie

1 pulgada ²	=	6.45	cm ²
1 pie ²	=	144.0	
pulg ²			
1 yarda ²	=	9.00	
pies ²			
1 yarda ²	=	0.84	m ²
1 acre	=	4.84	yd ²
1 acre	=	0.40	ha
1 vara ²	=	0.70	m ²
1 área	=	100.0	m ²
1 área	=	0.01	ha
1 manzana	=	6989	m ²
1 manzana	=	0.70	ha
1 centímetro ²	=	0.16	
pulg ²			
1 metro ²	=	10.76	
pies ²			

Medidas de volumen

1 pulgada ³	=	16.387
cm ³		
1 pie ³	=	0.028317
m ³		
1 pie ³	=	28.317
litros		
1 pie ³	=	7.4805
gls		
1 yarda ³	=	27
pies ³		
1 yarda ³	=	0.76456
m ³		
1 galón (USA)	=	3.7854
litros		
1 galón (USA)	=	128
onzas		
1 galón (USA)	=	0.13368
pies ³		
1 botella	=	0.67
litros		
1 metro ³	=	264.2
galones (USA)		

Presiones y carga

1 lb/pulg ² (psi)	=	0.0703	kgf/cm ²
1 lb/pulg ² (psi)	=	0.0069	N/mm ²
1 lb/pulg ² (psi)	=	0.0069	MPa
1 Kip/pulg ² (Ksi)	=	6.8946	MPa
1 lb/pie ²	=	4.882	kgf/m ³
1 lb/pie lin	=	1.488	kgf/m lin
1 lb/yd lin	=	0.496	kgf/m lin
1 atm	=	1.0333	kgf/cm ²
1 atm	=	76	cm de mercurio
1 bar	=	1.0198	kgf/cm ²
1 kgf/cm ²	=	14.223	lb/pulg ² (psi)
1 kgf/cm ²	=	2048.2	lb/pie ²
1 kgf/cm ²	=	0.09804	MPa
1 kgf/cm ²	=	98039.2	Pa
1 kgf/m ²	=	0.20482	lb/pie ²
1 kgf/m lin	=	0.67197	lb/pie lin
1 kgf/m lin	=	2.0159	lb/yd lin
1 bar	=	0.9869	atm
1 bar	=	10 ⁶	Dinas/cm ²
1 pascal	=	1	Newton/m ²
1 pascal	=	1x10 ⁻⁵	kg/cm ²

Momento flector o torque

1 lb-pulg	=	
1.15213	kg-cm	
1 lb-pie	=	
0.13825	kg-m	
1 kg-cm	=	
0.86795	lb-pulg	

Velocidad

1 pie/seg	=	
30.48	cm/seg	
1 milla/h	=	
1.61	km/h	
1 milla/h	=	
0.447	m/seg	
1 nudo	=	

AN-1. Factores de conversión (continuación)

Pesos		Caudal	
1 libra	=	1 pie ³ /min	=
453.59	grs	0.472	litro/seg
1 libra	=	1 galón/min	=
16	onzas	0.0631	litro/seg
1 onza	=	1 litro/seg	=
28.35	grs	Peso volumétrico	
1 ton corta	=	1 lb/pie ³	= 16.018
2000	lbs	kg/m ³	
1 ton corta	=	1ton corta/yd ³	= 1.1865
907.19	kgf	ton met/m ³	
1 arroba	=	1 kg/m ³	= 0.0624
25	lbs	Ángulos	
1 arroba	=	1 grado	=
0.25	quintales	0.01745	radianes
1 dina	= 10 ⁷ Newtons	1 grado	=
1 kilogramo	=	60	minutos
2.2046	lbs	1 radian	=
Constantes		Potencia	
ø (Pi)	=	1 HP	= 0.74569
3.14159		KW	
e	=	1 KW	= 1.34
2.71828		HP	
g	=		

AN-2. Cargas vivas

Sobrecargas mínimas (Destino del piso)	Sobrecargas (Kg/m ²)
Habitaciones (casas de habitación, apartamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, edificios para internados en escuelas, cuarteles, cárceles, correccionales, hospitales y similares)	200
Oficinas, despachos, laboratorios, salones de lectura, aulas, salas de juego y similares	250
Escaleras, rampas, vestíbulos, pasajes de libre acceso al público	400
Lugares de reunión desprovistos de asientos fijos, estados, salones de baile, etc.	500
Bibliotecas, salones de archivo	500
Lugares de reunión con asientos fijos, templos, cines, teatros, gimnasios, etc.	400
Comercios, bodegas y fábricas de mercancía ligera	500
Comercios, bodegas y fábricas de mercancías con peso intermedio	650
Comercios, bodegas y fábricas con mercancía pesada	800
Techos de fibrocemento, láminas de acero galvanizado y otros	40
Azoteas con pendiente superior a 5 por ciento	100
Azoteas con pendiente inferior a 5 por ciento	200
Voladizos en vía pública (marquesinas, balcones y similares)	300
Garajes y aparcamientos (para automóviles exclusivamente)	300

Nota: las cargas dadas en esta tabla son mínimas. El diseñador debe considerar las condiciones reales a las que se ve sujeto el piso a efectos de incrementar las cargas.

AN-3. Cargas de viento

Altura sobre el terreno (m)	Presión básica del viento: Kg/m ²	
	Construcciones situadas en la ciudad o lugares de rugosidad comparable	Construcciones en campo abierto, frente al mar y sitios similares
0	55	70
1	55	70
7	65	95
10	70	105
15	75	120
20	85	125
30	95	135
40	105	145
50	110	150
75	120	165
100	130	170

Los valores dados en esta tabla están de acuerdo con el Reglamento de Construcciones. Para alturas intermedias a las anotadas, deberá interpolarse linealmente.

AN-4. Pesos de diferentes elementos constructivos

A. Partes de obra kg/m ²	
Entrepiso de viguetas pretensadas constituidos por viguetas y bloques con losa de 5 cm de espesor	Ver de
Tabla	
Viguetas	80 a
Entrepiso de losa extruida de 20 cm con losa de 5 cm de espesor	
366	
Entrepiso de losa extruida de 25 cm con losa de 5 cm de espesor	
431	
Pisos de cerámica y mortero adicional para el afinado	
50	
Pisos de madera laminada	
10	
Pisos de mármol y mortero adicional	
100	
Pisos y peldaños de granito en escaleras	
120	
Enchapados de piedra arenisca para fachadas (espesor 20 mm)	
90	
Lámina rectangular de hierro galvanizado (calibre 26)	
5	
Lámina ondulada de hierro galvanizado (calibre 26)	
5	
Lámina tipo teja de hierro galvanizado (calibre 26)	
5	
Lámina tipo canaleta estructural de hierro galvanizado (calibre 26)	
5	
Lámina engrapada sencilla (calibre 22)	
9	
Lámina engrapada doble con 50 mm de aislante de poliuretano (calibre 22)	
18	
Lámina lisa de hierro galvanizado (calibre 26)	
3.8	
Lámina lisa de aluminio (calibre 22)	

AN-4. Pesos de diferentes elementos constructivos (continuación)

B. Materiales	Kg/m³
Hormigón armado con compactación normal	2400
Hormigón simple	2300
Hormigón armado con compactación mecánica intensa	2500
Hormigón presforzado	2500
Acero	7900
Aluminio laminado	2800
Hierro dulce	7840
Zinc laminado	7200
Vidrio común	2600
Madera de Caobilla	600
Madera de Ceiba	450
Madera de Ciprés	460
Madera de Encino	750
Madera de Jaúl	370
Madera de Laurel	395
Madera de Melina	600
Madera de Níspero	1100
Madera de Pilón	715
Madera de Pino	405
Madera de Pino Canadiense	485
Madera de Pino Chileno	550
Madera de Pino Sureño	670
Madera de Roble	800
Madera de Teca	700
Mampostería de bloques de concreto huecos rellenos @ 80 cm	1650
Mampostería de bloques de concreto huecos rellenos @ 60 cm	1850
Mampostería de bloques de concreto huecos todos rellenos	2250
Mortero de cemento	2100
Piedra caliza	2200
Pizarra	2800
Plomo	11400
Yeso	1250 a 1600
C. Materiales de almacenaje	kg/m³
Cal en bultos	1000
Cemento en bultos	1600
Cemento en polvo	1200
Estanterías, archivos, otros	600
Libros y planillas apilados	850
Papel	1100
Harina en bultos	500
Azucar	750
Arroz	800
D. Tierras y materiales granulares	kg/m³
Arena y grava, con humedad natural	1,800
Arena y grava, mojadas	2,000
Cantos rodados	1,900
Tierra común, con humedad natural	1,700

Nota: Los pesos de las maderas son al 12% de contenido de humedad.

AN-5. Áreas y perímetros de varillas en cantidades de 1 a 10

Número superior: área en cm²
 Número inferior: perímetro en cm

Tamaño de varilla	Diámetro (pulg) (mm)	Peso (kg/m)	Cantidad de varillas									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N°2	0.250 6.4	0.249	0.32 1.99	0.63 3.98	0.95 5.97	1.27 7.96	1.59 9.95	1.90 11.94	2.22 13.93	2.54 15.92	2.85 17.91	3.17 19.90
N°3	0.375 9.5	0.560	0.71 2.99	1.43 5.98	2.14 8.97	2.85 11.96	3.57 14.95	4.28 17.94	4.99 20.93	5.70 23.92	6.42 26.91	7.13 29.90
N°4	0.500 12.7	0.994	1.27 3.99	2.53 7.98	3.80 11.97	5.07 15.96	6.34 19.95	7.60 23.94	8.87 27.93	10.40 31.92	11.40 35.91	12.67 39.90
N°5	0.625 15.9	1,552	1.98 4.99	3.96 9.98	5.94 14.97	7.92 19.96	9.90 24.95	11.87 29.94	13.83 34.93	15.83 39.92	17.81 44.91	19.79 49.90
N°6	0.750 19.1	2,235	2.85 5.98	5.70 11.96	8.55 17.94	11.40 23.92	14.25 29.90	17.10 35.88	19.95 41.86	22.80 47.84	25.65 53.82	28.50 59.80
N°7	0.875 22.2	3,042	3.88 6.98	7.76 13.96	11.64 20.94	15.52 27.92	19.40 34.90	23.27 41.88	27.15 48.86	31.03 55.84	34.91 62.82	38.79 69.80
N°8	1,000 24.4	3,973	5.07 7.98	10.13 15.96	15.20 23.94	20.27 31.92	25.34 39.90	30.40 47.88	35.47 55.86	40.54 63.84	45.60 71.82	50.67 79.80
N°9	1,128 28.7	5,060	6.45 9.00	12.89 18.00	19.34 27.00	25.79 36.00	32.24 45.00	38.68 54.00	45.13 63.00	51.58 72.00	58.02 81.00	64.47 90.00
N°10	1,270 32.3	6,404	8.17 10.13	16.35 20.26	24.52 30.39	32.69 40.52	40.87 50.65	49.04 60.78	57.21 70.91	65.38 81.04	73.56 91.17	81.73 101.30
N°11	1,410 35.8	7,907	10.07 11.25	20.15 22.50	30.22 33.75	40.30 45.00	50.37 56.25	60.44 67.50	70.52 78.75	80.59 90.00	90.67 101.25	100.74 112.50

AN-6. Cantidad de varillas que puede acomodarse en una sola capa en vigas de varios anchos

Ancho de la viga (cm)	Tamaño de las varillas																	
	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	#7	#8	#9	#10	#11
15	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	-	-	2	2	-	-	-
20	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	3	3	2	2	2
25	6	5	5	4	4	4	5	4	4	4	3	3	3	4	4	3	3	3
30	7	7	6	6	5	5	6	5	5	5	4	4	3	5	5	4	4	3
35	9	8	7	7	6	6	7	7	6	6	5	4	4	6	6	5	4	4
40	10	9	8	8	7	7	8	8	7	7	6	5	5	7	7	6	5	5
45	11	10	10	9	8	8	9	9	8	8	7	6	5	8	7	7	6	5
50	13	12	11	10	9	9	11	10	9	9	8	7	6	9	8	7	7	6
55	14	13	12	11	10	10	12	11	10	10	8	8	7	10	9	8	7	7
60	16	14	13	12	11	11	13	12	11	11	9	8	8	11	10	9	8	7
Diámetro del estribo			#2						#3							#4		

Notas: 1/ Recubrimiento al estribo o aro: 2.5 cm. 2/Espacio libre entre varillas: 2.5 cm o un diámetro, el que es mayor en cada caso.

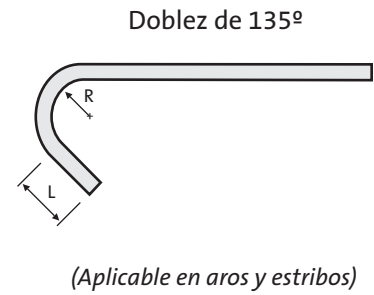
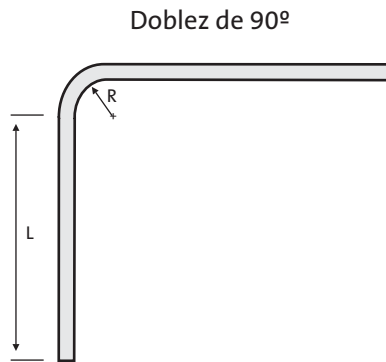
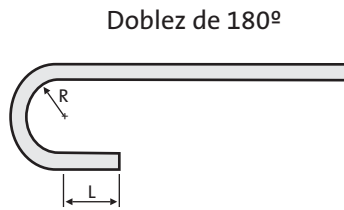
AN-7. Áreas y perímetros de varillas en secciones de un metro de ancho

Número superior: área en cm²
 Número inferior: perímetro en cm

(Losas, paredes, placas de fundación)

Espaciamiento "s"	Tamaño de las varillas										Varillas por metro "n"
	#2	#3	#4	#5	#6	#7	#8	#9	#10	#11	
8.0	3.96 24.88	8.91 37.38	15.84 49.88	24.74 62.38	35.63 74.74	48.49 87.25	63.34 99.75	80.59 112.50	102.16 126.63	125.93 140.63	12.3
8.5	3.74 23.48	8.41 35.28	14.95 47.08	23.35 58.88	33.63 70.56	45.77 82.36	59.79 94.16	76.07 106.20	96.44 119.53	118.87 132.75	11.8
9.0	3.52 22.09	7.91 33.19	14.06 44.29	21.97 55.39	31.64 66.38	43.06 77.48	56.24 88.58	71.56 99.90	90.72 112.44	111.82 124.88	11.1
9.5	3.33 20.90	7.49 31.40	13.30 41.90	20.78 52.40	29.93 62.79	40.73 73.29	53.20 83.79	67.69 94.50	85.82 106.37	105.78 118.13	10.5
10.0	3.17 19.90	7.13 29.90	12.67 39.90	19.79 49.90	28.50 59.80	38.79 69.80	50.67 79.80	64.47 94.50	81.73 101.30	100.74 112.50	10.0
10.5	3.01 18.91	6.77 28.41	12.04 37.91	18.80 47.41	27.08 56.81	36.85 66.31	48.14 75.81	64.47 90.00	77.64 96.24	95.70 106.88	9.5
11.0	2.88 18.11	6.49 27.21	11.53 36.21	18.00 45.41	25.94 54.42	35.30 63.52	46.11 72.61	67.69 90.00	74.37 92.18	91.67 102.38	9.1
11.5	2.76 17.31	6.20 26.01	11.02 34.71	17.22 43.41	24.80 52.03	33.75 60.73	44.08 69.43	61.25 85.50	71.11 88.13	87.64 97.88	8.7
12.0	2.65 16.52	5.92 24.82	10.52 33.12	16.43 41.42	23.66 49.63	32.20 57.93	42.06 66.23	58.67 81.90	67.84 84.08	83.61 93.38	8.3
12.5	2.54 15.92	5.70 23.92	10.13 31.92	15.83 39.92	22.80 47.84	31.03 55.84	40.54 63.84	59.09 78.30	65.38 81.04	80.59 90.00	8.0
13.0	2.44 15.32	5.49 23.01	9.76 30.72	15.24 38.42	21.95 46.05	29.87 53.75	39.02 61.45	63.51 74.70	62.93 78.00	77.57 86.63	7.7
13.5	2.35 14.73	5.28 22.13	9.38 29.53	14.64 36.93	21.09 44.25	28.70 51.56	37.50 59.05	51.58 72.00	60.48 74.96	74.55 83.25	7.4
14.0	2.25 14.13	5.06 21.23	9.00 28.33	14.05 35.43	20.24 42.46	27.54 49.56	35.98 56.66	49.64 63.90	58.03 71.92	71.53 79.88	7.1
14.5	2.19 13.73	4.92 20.63	8.74 27.53	13.66 34.43	19.67 41.26	26.77 48.10	34.96 55.06	44.48 62.10	56.39 69.90	69.51 77.63	6.9
15.0	2.12 13.33	4.78 20.03	8.49 26.73	13.26 33.43	19.10 40.07	25.99 46.77	33.95 53.47	43.19 60.30	54.76 67.87	67.50 75.38	6.7
16.0	2.00 12.54	4.49 18.84	7.98 25.14	12.47 31.44	17.96 37.67	24.44 43.97	31.92 50.27	40.62 56.70	51.49 63.82	63.47 70.88	6.3
18.0	1.78 11.14	3.99 16.74	7.05 22.34	11.08 27.94	15.96 33.49	21.72 39.09	28.38 44.69	36.10 50.40	45.77 56.73	56.41 63.00	5.6
20.0	1.56 9.95	3.57 14.95	6.34 19.95	9.90 24.95	14.25 29.90	19.40 34.90	25.34 39.90	32.24 45.00	40.87 50.65	50.37 56.25	5.0
25.0	1.27 7.96	2.85 11.96	5.07 15.96	7.92 19.96	11.40 23.92	15.52 27.92	20.27 31.92	25.79 36.00	32.69 40.52	40.30 45.00	4.0
30.0	1.05 6.57	2.35 9.87	4.18 13.17	6.53 16.47	9.40 19.73	12.80 23.03	16.72 26.33	21.28 26.70	26.97 33.43	33.24 37.13	3.3

AN-8. Tablas para dobleces de varillas según ACI-318-08 / Ganchos Estándar



Varilla #	R (mínimo) (mm)	L (mm)
3	29	65
4	38	65
5	48	65
6	57	75
7	67	90
8	76	100
9	115	115
10	130	130
11	145	145

Varilla #	R (mínimo) (mm)	L (mm)
3	29	115
4	38	150
5	48	190
6	57	230
7	67	265
8	76	305
9	115	345
10	130	390
11	145	430

Varilla #	R (mínimo) (mm)	L (mm)
3	20	100
4	25	130
5	32	160

AN-9. Mezclas típicas de concreto de resistencia 210 kg/cm² - Revenimiento de 120 a 150 mm

(Datos en proceso de revisión)

AN-10. Agua libre que llevan los agregados

Condición de humedad	Cantidad aproximada de agua por metro cúbico de agregado (litros)	Cantidad aproximada de agua por pie cúbico de agregados (litros)
Grava y roca triturada húmeda	60	2.2
Arena muy mojada	120 - 150	4.3 - 5.4
Arena algo mojada	110	4.0
Arena húmeda	60	2.2

Nota: estas cantidades deberán deducirse del total requerido por el diseño de mezcla.

AN-11. Secuencia de dosificación y mezclado de concreto en batidora

Pasos	Tiempo de mezclado
1. Curar el tambor de la batidora agregando media palada de arena y media palada de cemento, cuando no se ha iniciado el trabajo del día	2 min
2. Agregar el agregado grueso, seguido el agregado fino y mezclar	30 seg
3. Agregar el cemento y mezclar	1 min
4. Agregar el agua y mezclar	3 min - 4 min
5. Detener la batidora cuando se observe una mezcla homogénea en color y distribución de materiales	

AN-12. Elaboración de cilindros según norma ASTM C 31

(para posterior ensayo a compresión de muestras de concreto)

1. Equipo:



mazo



cuchara



varilla



llaneta



moldes

Los moldes deben colocarse sobre una superficie lisa, sólida y horizontal.



Mazo, cuchara, varilla y llaneta se deben humedecer con una esponja.



2. Antes de llenar los moldes, la muestra de concreto debe remezclarse para hacerla homogénea.



3. Los moldes se llenan en tres capas de igual altura y se compacta cada capa con una varilla lisa de 1.6 cm de diámetro y 60 cm de largo, con extremo redondeado. Cada capa se compacta con 25 movimientos verticales de la varilla.

AN-12. Elaboración de cilindros según norma ASTM C 31 (continuación)



4. Todos los moldes se compactan uniformemente, es decir, llene y compacte la primera capa en todos los moldes. Coloque y compacte la segunda capa en todos los moldes y luego la tercera capa.



5. A cada capa se le deben dar de 12 a 15 golpes ligeros, en la parte exterior del cilindro, y distribuirlos a su alrededor, con el mazo de hule.



6. Después de la compactación de la tercera capa, se procede a retirar el concreto sobrante, se allana la superficie para dejar la cara lisa.



7. Se coloca el cilindro en un lugar libre de vibraciones, nivelado, en las mismas condiciones de curado que la pieza.

AN-13. Cantidad de materiales por metro cuadrado de pared de bloques

Tipo de bloque	Mortero (dm ³)	Cemento (sacos)	Cal (kg)	Arena (m ³)	Bloques (c/u)	Volumen de concreto de relleno (m ³)
Bloque de 10 x 20 x 40 cm	7.70	0.0616	0.65	0.0116	12.5	0.0112
Bloque Patarrá de 12 x 20 x 40 cm	9.30	0.0744	0.80	0.014	12.5	0.0159
Bloque de 15 x 20 x 40 cm	11.60	0.0928	0.99	0.0174	12.5	0.0227
Bloque de 20 x 20 x 40 cm	15.50	0.1240	1.32	0.0233	12.5	0.0341

Nota: se asume una pega de 1.0 cm de espesor. El concreto de relleno se ha calculado para una celda vertical rellena a cada 80 cm.

AN-14. Mano de obra necesaria para pegar paredes de bloque

Tipo de bloque	Cantidad de bloques que pega un albañil en una jornada de 8 horas	Horas hombre por m ² de pared
Bloque de 10 x 20 x 40 cm	250	0.40
Bloque Patarrá de 12 x 20 x 40 cm	225	0.40
Bloque de 15 x 20 x 40 cm	200	0.50
Bloque de 20 x 20 x 40 cm	200	0.50

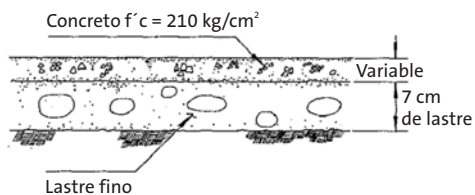
AN-15. Cantidad de materiales y mano de obra por m² de repello

	Mortero (1 m ³)	Cemento (sacos)	Arena (m ³)	Cal (kg)	m ² de repello por jornada de 8 horas	Horas hombre por m ² de repello
Una cara	0.015	0.12	0.0225	3.54	16	0.5
Dos caras	0.030	0.24	0.045	7.08	8	1.0

Nota: se asume un repello de 1.5 cm de espesor.

AN-16. Cantidad de materiales por metro cuadrado de contrapiso

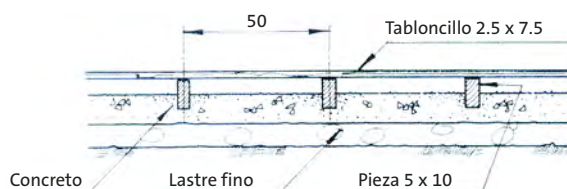
Espesor de la capa de lastre compactado	Espesor del concreto (cm)	Lastre (m ³ /m ²)	Concreto (m ³ /m ²)
7	5	0.105	0.055
7	6	0.105	0.066
7	7	0.105	0.077
7	8	0.105	0.088



Notas: 1/ Se asume un 35% de reducción en el volumen final del material de lastre por efectos de compactación. 2/ Se asume un 10% de desperdicio del concreto.

AN-17. Cantidad de materiales por metro cuadrado de piso sordo de madera

Rubro	Unidad	Cantidad por m ²
Pieza de 5.0 x 7.5 cm	metro lineal	1.79
Tabloncillo de 2.5 x 7.5 cm	metro lineal	14.97



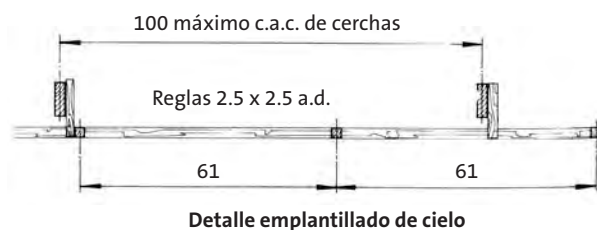
AN-18. Cantidad de materiales por metro cuadrado de piso de terrazo

Rubro	Unidad	Cantidad por m ²
Terrazo de 30 x 30 cm	m ²	11
Terrazo de 33 x 33 cm	m ²	9
Mortero de pega	m ³	0.028
Cemento blanco o gris para fraguado		
Para terrazo de 30 x 30 cm	kg	1.77
Para terrazo de 33 x 33 cm	kg	1.60

Nota: se asume un 10% de desperdicio en el terrazo y el mortero.

AN-19. Cantidad de materiales por metro cuadrado de cielo de fibro-cemento

Rubro	Unidad	Cantidad por m ²
Regla de 2.5 x 5.0 cm	metro lineal	4.17
Lámina A.C. 0.61 x 1.22 cm	c/u	1.44



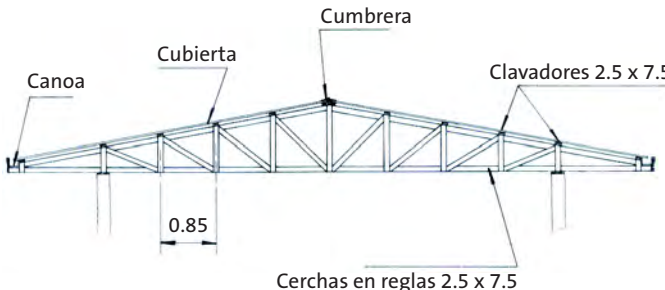
AN-20. Cantidad de materiales por metro cuadrado de cielo de tablilla

Rubro	Unidad	Cantidad por m ²
Regla 2.5 x 5.0 cm *	metro lineal	2.86
Tablilla 1.27 x 7.50 cm **	metro lineal	15.88

Notas: * La plantilla es en un solo sentido. ** Sección comercial.

AN-21. Cantidad de materiales para techos

Rubro	Unidad	Cantidad por m ²
Regla de 2.5 x 7.5 cm	metro lineal	5.27
Lámina de H.G. corrugado	c/u	1.09
Lámina de H.G. corrugado	c/u	0.50
Clavos	kg	0.18
Arandelas de plomo	g	45.0



Detalle constructivo de estructura de techo

AN-22. Datos útiles de algunas maderas estructurales

Especie	Contracción volumétrica (%)	Peso específico bruto (PEB) (g/cm ³)	Esfuerzos de diseño a 18% contenido de humedad (kg/cm ²)				Módulo de elasticidad E (kg/cm ²)	
			Grado	Fb	Fv	Fcl		Fcll
DURAS: Construcción pesada, carrocerías, torres con cargas altas, pisos con tráfico pesado.								
Almendro	13.9	0.940	Nº1	265.8	13.5	232.5	232.5	275086
			Nº2	204.0	13.5	232.5	178.6	247578
			Nº3	154.0	13.5	232.5	134.8	220069
Jicaro	8.18	0.636	Nº1	167.7	9.0	62.2	127.5	224000
			Nº2	128.7	9.0	62.2	97.9	202000
			Nº3	97.2	9.0	62.2	73.1	179000
SEMIDURAS: Construcción de armaduras, marcos rígidos, entresijos, donde las cargas son importantes.								
Cocobolo	13.80	0.699	Nº1	212.3	5.5	94.0	135.7	189713
			Nº2	163.0	5.5	94.0	104.2	170742
			Nº3	123.0	5.5	94.0	78.7	151770
Manga Larga	11.87	0.636	Nº1	167.5	8.7	59.1	132.0	181000
			Nº2	128.5	8.7	59.1	101.0	163000
			Nº3	97.1	8.7	59.1	76.0	144000
Gavilán	22.20	0.518	Nº1	122.0	8.4	32.0	88.2	110000
			Nº2	93.8	8.4	32.0	67.8	99000
			Nº3	70.8	8.4	32.0	51.1	88000
María	15.00	0.554	Nº1	133.4	10.1	61.7	114.8	144747
			Nº2	102.4	10.1	61.7	88.1	130272
			Nº3	77.3	10.1	61.7	66.5	115797
Pilon	13.4	0.610	Nº1	134.0	8.0	34.0	77.3	108000
			Nº2	103.0	8.0	34.0	59.4	97000
			Nº3	77.8	8.0	34.0	44.8	86500

AN-22. Datos útiles de algunas maderas estructurales (continuación)

Especie	Contracción volumétrica (%)	Peso específico bruto (PEB) (g/cm ³)	Esfuerzos de diseño a 18% contenido de humedad (kg/cm ²)				Módulo de elasticidad E (kg/cm ²)	
			Grado	Fb	Fv	Fcl		Fcll
SUAVES: Para estructuras sometidas a cargas livianas. Paredes divisorias, cerchas de claros no mayores de 7 m.								
Lagarto	14.70	0.424	N°1	130.0	5.7	19.0	94.9	166000
			N°2	100.0	5.7	19.0	72.9	149000
			N°3	75.6	5.7	19.0	55.0	133000
Palsia	8.80	0.412	N°1	117.8	6.8	27.8	79.3	114393
			N°2	90.4	6.8	27.8	60.9	102953
			N°3	68.3	6.8	27.8	46.0	91514
Chancho Colorado	6.41	0.394	N°1	80.0	4.6	15.3	52.0	81000
			N°2	62.0	4.6	15.3	40.0	73000
			N°3	46.5	4.6	15.3	30.0	65000
Aceituno	6.02	0.3361	N°1	115.7	4.5	19.8	78.6	117872
			N°2	88.7	4.5	19.8	60.3	106085
			N°3	67.0	4.5	19.8	45.5	94297
Jaúl	10.69	0.353	N°1	107.0	6.0	15.7	44.9	115000
			N°2	92.0	6.0	15.7	34.5	104000
			N°3	662.0	6.0	15.7	26.0	92000
Chancho Blanco	6.81	0.394	N°1	95.0	5.6	19.6	55.0	105529
			N°2	73.0	5.6	19.6	42.2	94976
			N°3	55.1	5.6	19.6	31.8	844223
MUY SUAVES: Para construcción de forro de casas, muebles económicos y formaletas.								
Laurel	8.80	0.42	N°1	96.4	3.4	13.1	54.8	93000
			N°2	74.0	3.4	13.1	42.1	83900
			N°3	55.9	3.4	13.1	31.8	74500
Jacaranda	17.10	0.312	N°1	53.4	3.4	8.0	53.5	125000
			N°2	41.0	3.4	8.0	41.0	111000
			N°3	31.0	3.4	8.0	31.0	99000
Chilemate	13.00	0.315	N°1	58.2	2.2	10.0	44.2	68850
			N°2	44.6	2.2	10.0	34.6	61965
			N°3	33.7	2.2	10.0	25.6	55080

Fb = Módulo de ruptura

Fv = Cortante

Fcl = Compresión perpendicular

Fcll = Compresión paralela E = Módulo de elasticidad

Notas: Todas las unidades en kg/cm². Contenido de humedad de la madera = 18%. Duración permanente de la carga. La albura de todas las especies debe ser preservada sin excepción. Las especies suaves y muy uaves deben ser preservadas por ser muy susceptibles al ataque de insectos y a la pudrición.

AN-23. Datos meteorológicos e índices climáticos de riesgo de pudrición de madera a la intemperie

(para varias regiones de Costa Rica)

Región	Índice climático de pudrición de madera	Datos (°C) (días)	Mes											
			Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Oct.	Nov.	Dic.
Valle Central San José	116.34	Temperatura media	17.3	18.2	18.3	19.3	19.5	18.8	18.3	18.0	19.0	18.8	18.7	18.1
		Días de lluvia	5	2	6	5	19	20	17	16	23	25	11	3
Costa Atlántica Limón	294.41	Temperatura media	23.4	24.3	24.7	25.4	25.9	25.9	25.1	25.6	25.5	25.5	25.3	25.2
		Días de lluvia	22	11	17	24	19	21	30	25	20	22	20	17
Península Guanacaste Liberia	94.64	Temperatura media	27.1	26.5	27.5	29.3	28.0	26.4	27.6	27.0	26.0	25.7	25.9	26.4
		Días de lluvia	0	0	1	0	12	17	8	16	17	22	6	2
Valle del General San Isidro de Pérez Zeledón	210.87	Temperatura media	22.8	23.5	24.4	24.3	23.9	23.9	23.9	23.7	23.2	22.8	23.6	23.6
		Días de lluvia	3	7	4	21	20	19	23	25	25	28	16	8
Pacífico Central Quepos	110.55	Temperatura media	26.4	27.1	27.7	27.8	27.4	26.8	26.5	26.4	26.7	26.0	27.0	27.7
		Días de lluvia	0	0	2	9	14	9	12	11	17	25	12	0
Valle Central Occidente Grecia	110.78	Temperatura media	23.0	23.0	23.4	24.1	24.0	23.8	23.9	24.0	23.6	23.3	23.6	23.5
		Días de lluvia	0	1	1	4	16	20	13	14	20	23	7	2

Fuente: Departamento de Investigación de Xiloquímicas de Costa Rica S.A.

Notas: El índice climático de riesgo de pudrición de madera está dado por $IC = \sum [(T-2) * (D-3)] / 16.7$ donde: IC= Índice climático
D= número de días por mes de precipitación mayor a 25mm. T= Temperatura media mensual en °C.

AN-24. Cantidad de materiales por metro lineal de formaleta para vigas corona de diferentes secciones

Sección (cm) (ml)	Regla de 2.5 x 7.5 cm (ml)	Tabla de 2.5 x 20 cm (ml)	Tabla de 2.5 x 25 cm (ml)	Tabla de 25 x 30 cm
Viga de 12 x 30 cm	2.00	0.00	4.00	0.00
Viga de 12 x 20 cm	1.60	0.00	0.00	2.00
Viga de 12 x 25 cm	1.60	0.00	0.00	2.00
Viga de 12 x 15 cm	1.20	2.00	0.00	0.00

AN-25. Cantidad de material por metro lineal de viga corona

Nº	Secciones Dimensiones (cm)	Varilla #2 (ml)	Varilla #3 (ml)	Varilla #4 (ml)	Concreto sin % desperdicio (m³)	Concreto con 10% desperdicio (m³)	Alambre (kg)
1	12 x 20	2.95	4.00	-	0.0240	0.0264	0.1239
2	12x20	2.95	-	4.00	0.0240	0.0264	0.1885
3	12x30	3.95	4.00	-	0.0360	0.0396	0.1339
4	12x30	3.95	-	4.00	0.0396	0.0436	0.1985
5	15x20	3.25	4.00	-	0.0300	0.0330	0.1269
6	15x20	3.25	-	4.00	0.0300	0.0330	0.1915
7	15x30	4.25	4.00	-	0.0450	0.0495	0.1369
8	15x30	4.25	-	4.00	0.0450	0.0495	0.2015

Vigas 1 y 2

Vigas 3 y 4

Vigas 5 y 6

Vigas 7 y 8

Notas importantes: 1/ Cantidades de acero longitudinal no incluyen porcentaje de desperdicio ni traslapes. 2/ Cantidad de alambre negro obtenido utilizando 4% del peso de acero de refuerzo por metro lineal sin incluir traslapes ni desperdicios.

AN-26. Superficie en m² que cubre madera en diferentes anchos y largos

Ancho (cm)	Área en m² que cubre cada largo de			
	0,836 ml	1,672 ml	2,508 ml	3,334 ml
2.50	0.02125	0.04250	0.06375	0.08500
5.00	0.04250	0.08500	0.12750	0.17000
7.50	0.06375	0.12750	0.19125	0.25500
10.00	0.08500	0.17000	0.25500	0.34000
12.50	0.10625	0.21250	0.31875	0.42500
15.00	0.12750	0.25500	0.38250	0.51000
17.50	0.14875	0.29750	0.44625	0.59500
20.00	0.17000	0.34000	0.51000	0.68000
22.50	0.19125	0.38250	0.57375	0.76500
25.00	0.21250	0.42500	0.63750	0.85000
27.50	0.23375	0.46750	0.70125	0.93500
30.00	0.25900	0.51000	0.76500	1.02100
32.50	0.27625	0.55250	0.82875	1.12500
35.00	0.29750	0.59500	0.89250	1.19000

AN-27. Cantidad de formaleta por m² de losa de 10 a 15 cm de espesor y 3 m de alto

Tabla 2.5 x 25 cm	Pieza 5 x 10 m	Pieza 10 x 10 cm	Regla 2.5 x 7.5 cm	Total madera
25.88	14.62	41.95	3.17	86.45

Unidades en dm³

AN-28. Cantidad de formaleta por metro lineal de columna de sección cuadrada o rectangular

Sección de la columna (m)	Perímetro (m)	Tabla (dm ²)	Pieza 5 x 19 cm (dm ³)	Total madera (dm ³)
0.15x0.20	0.70	20.71	17.60	38.31
0.15x0.30	0.90	25.88	19.67	45.56
0.20x0.20	0.80	23.30	18.64	41.93
0.20x0.30	1.00	28.47	18.55	49.18
0.20x0.40	1.20	33.65	22.78	56.43
0.25x0.25	1.00	28.47	20.71	49.18
0.25x0.40	1.30	36.24	23.81	60.05
0.25x0.50	1.50	41.41	25.88	67.30
0.30x0.30	1.20	33.65	22.78	56.43
0.30x0.40	1.40	38.83	24.85	63.67
0.30x0.50	1.60	44.00	26.92	70.49
0.30x0.60	1.80	49.18	28.99	78.17

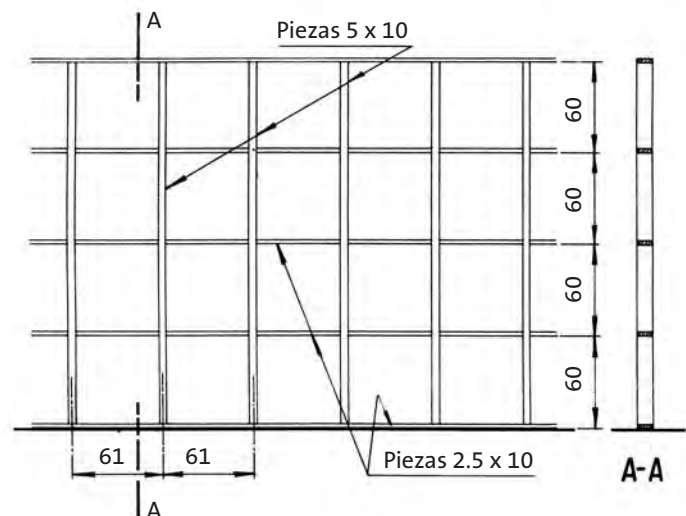
AN-29. Cantidad de formaleta por metro lineal de viga

Sección de la la viga (m)	Perímetro (m)	Tabla (dm ²)	Pieza 5 x 10 cm (dm ³)	Pieza 10 x 10 cm (dm ³)	Regla 2.5 x 7.5 cm (dm ³)	Total madera
0.15x0.20	0.70	10.35	1.88	28.26	2.96	43.44
0.15x0.30	0.90	15.53	1.88	28.26	3.73	49.40
0.20x0.20	0.80	11.65	2.11	28.26	3.34	45.36
0.20x0.30	1.00	15.75	2.11	28.26	4.12	50.24
0.20x0.40	1.20	22.00	2.11	28.26	4.90	57.27
0.25x0.30	1.10	18.12	2.35	28.26	4.49	53.21
0.25x0.40	1.30	23.30	2.35	28.26	5.26	59.17
0.25x0.50	1.50	28.47	2.35	28.26	6.04	65.12
0.30x0.40	1.40	24.59	2.59	28.26	5.63	61.06
0.30x0.50	1.60	29.77	2.59	28.26	6.41	67.02
0.30x0.60	1.80	34.94	2.59	28.26	5.76	72.97

AN-30. Cantidad de materiales por m² de pared de madera

Rubro	Unidad	Cantidad
Lámina de asbesto cemento 1.22 x 2.44 m	c/u	0.69
Pieza de 5.0 x 10.0 cm	ml	2.29
Pieza de 2.5 x 7.5 cm	ml	2.32
Tablilla de 1.27 x 7.5	ml	32.70

Nota: Por las dos caras de la pared.



AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas

(1) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$R = V \dots\dots\dots = \frac{w\ell}{2}$$

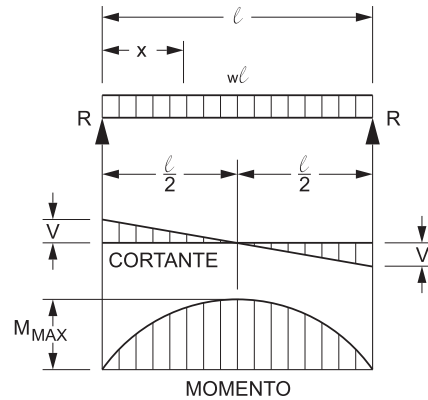
$$V_x \dots\dots\dots = w\left(\frac{\ell}{2} - x\right)$$

$$M_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{8}$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{2} (\ell - x)$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{5w\ell^4}{384EI}$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{24EI} (\ell^3 - 2\ell x^2 + x^3)$$



(2) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA CONCENTRADA AL CENTRO DE LA VIGA

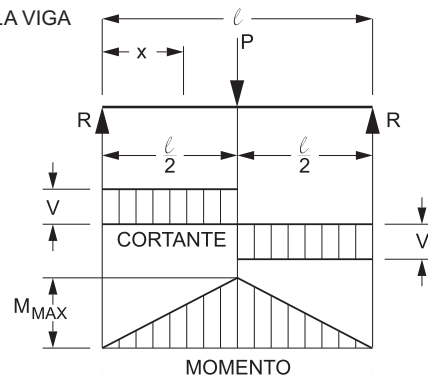
$$R = V \dots\dots\dots = \frac{P}{2}$$

$$M_{MAX} \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{P\ell}{4}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2} \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Px}{2}$$

$$\Delta_x \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{P\ell^3}{48EI}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2} \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Px}{48EI} (3\ell^2 - 4x^2)$$



(3) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA CONCENTRADA A CUALQUIER DISTANCIA

$$R_1 = V_1 \text{ (MAX CUANDO } a < b \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Pb}{\ell}$$

$$R_2 = V_2 \text{ (MAX CUANDO } a > b \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Pa}{\ell}$$

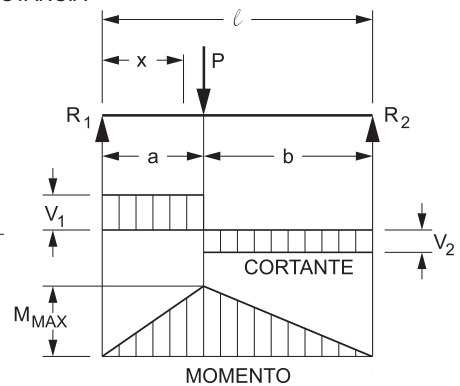
$$M_{MAX} \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{Pab}{\ell}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Pbx}{\ell}$$

$$\Delta_{MAX} \left(\text{EN } x = \sqrt{\frac{a(a+2b)}{3}} \text{ CUANDO } a > b \right) \dots\dots\dots = \frac{Pab(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EI\ell}$$

$$\Delta_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < a \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Pbx}{6EI\ell} (\ell^2 - b^2 - x^2)$$



(4) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-DOS CARGAS CONCENTRADAS IDENTICAS UBICADAS SIMETRICAMENTE

$$R = V \dots\dots\dots = P$$

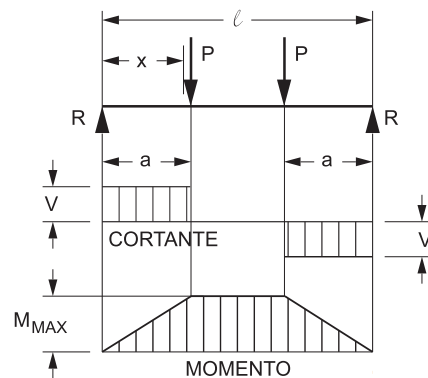
$$M_{MAX} \text{ (ENTRE CARGAS)} \dots\dots\dots = Pa$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a \text{)} \dots\dots\dots = Px$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{Pa}{24EI} (3\ell^2 - 4a^2)$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < a \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Px}{6EI} (3\ell a - 3a^2 - x^2)$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x > a \text{ Y } x < (\ell - a) \text{)} \dots\dots\dots = \frac{Pa}{6EI} (3\ell x - 3x^2 - a^2)$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

(5) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-DOS CARGAS CONCENTRADAS DIFERENTES UBICADAS A CUALQUIER DISTANCIA

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{P_1(\ell - a) + P_2 b}{\ell}$$

$$R_2 = V_2 \dots\dots\dots = \frac{P_1 a + P_2(\ell - b)}{\ell}$$

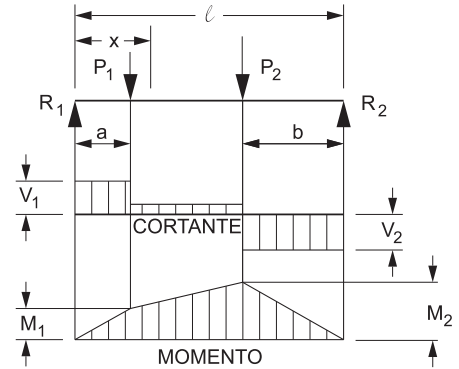
$$V_x \text{ (CUANDO } x > a \text{ Y } < (\ell - b)) \dots\dots\dots = R_1 - P_1$$

$$M_1 \text{ (MAX CUANDO } R_1 < P_1) \dots\dots\dots = R_1 a$$

$$M_2 \text{ (MAX CUANDO } R_2 < P_2) \dots\dots\dots = R_2 b$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = R_1 x$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x > a \text{ Y } < (\ell - b)) \dots\dots\dots = R_1 x - P_1(x - a)$$



(6) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA UNIFORME PARCIALMENTE DISTRIBUIDA

$$R_1 = V_1 \text{ (MAX CUANDO } a < c) \dots\dots\dots = \frac{wb}{2\ell} (2c + b)$$

$$R_2 = V_2 \text{ (MAX CUANDO } a > c) \dots\dots\dots = \frac{wb}{2\ell} (2a + b)$$

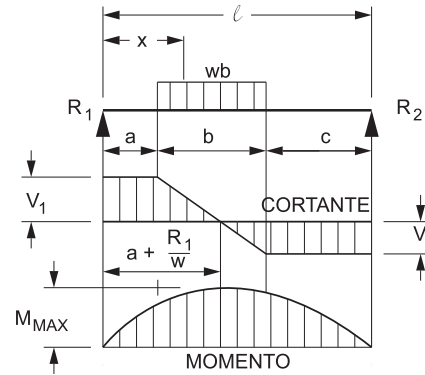
$$V_x \text{ (CUANDO } x > a \text{ Y } < (a + b)) \dots\dots\dots = R_1 - w(x - a)$$

$$M_{MAX} \left(\text{EN } x = a + \frac{R_1}{w} \right) \dots\dots\dots = R_1 \left(a + \frac{R_1}{2w} \right)$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = R_1 x$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x > a \text{ Y } < (a + b)) \dots\dots\dots = R_1 x - \frac{w}{2} (x - a)^2$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x > (a + b)) \dots\dots\dots = R_2(\ell - x)$$



(7) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA DISTRIBUIDA VARIABLE INCREMENTANDO UNIFORMEMENTE DE UN EXTREMO AL OTRO DE LA VIGA (W ES LA CARGA TOTAL)

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{W}{3}$$

$$R_2 = V_2 \text{ MAX} \dots\dots\dots = \frac{2W}{3}$$

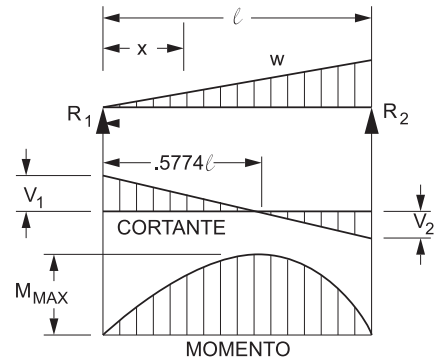
$$V_x \dots\dots\dots = \frac{W}{3} - \frac{Wx^2}{\ell^2}$$

$$M_{MAX} \left(\text{EN } x = \frac{\ell}{\sqrt{3}} = .5774\ell \right) \dots\dots\dots = \frac{2W\ell}{9\sqrt{3}} = .1283 W\ell$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{Wx}{3\ell^2} (\ell^2 - x^2)$$

$$\Delta_x \left(\text{EN } x = \ell \sqrt{1 - \frac{8}{15}} = .5193\ell \right) \dots\dots\dots = .01304 \frac{W\ell^3}{EI}$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \frac{Wx}{180 EI \ell^2} (3x^4 - 10\ell^2 x^2 + 7\ell^4)$$



(8) VIGA SIMPLEMENTE APOYADA-CARGA DISTRIBUIDA INCREMENTANDO UNIFORMEMENTE HACIA EL CENTRO DE LA VIGA (W ES LA CARGA TOTAL)

$$R = V \dots\dots\dots = \frac{W}{2}$$

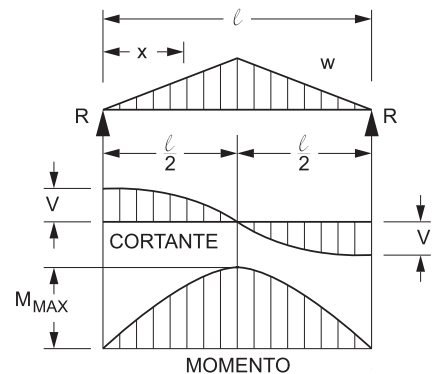
$$V_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = \frac{W}{2\ell^2} (\ell^2 - 4x^2)$$

$$M_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{W\ell}{6}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = Wx \left(\frac{1}{2} - \frac{2x^2}{3\ell^2} \right)$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{W\ell^3}{60 EI}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = \frac{Wx}{480 EI \ell^2} (5\ell^2 - 4x^2)^2$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

(9) VIGA CON DOS APOYOS SIMPLES Y UN EXTREMO EN VOLADIZO - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{w}{2\ell} (\ell^2 - a^2)$$

$$R_2 = V_2 + V_3 \dots\dots\dots = \frac{w}{2\ell} (\ell + a)^2$$

$$V_2 \dots\dots\dots = wa$$

$$V_3 \dots\dots\dots = \frac{w}{2\ell} (\ell^2 + a^2)$$

$$V_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = R_1 - wx$$

$$V_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = w(a - x_1)$$

$$M_1 \left(\text{EN } x = \frac{\ell}{2} \left[1 - \frac{a^2}{\ell^2} \right] \right) \dots\dots\dots = \frac{w}{8\ell^2} (\ell + a)^2 (\ell - a)^2$$

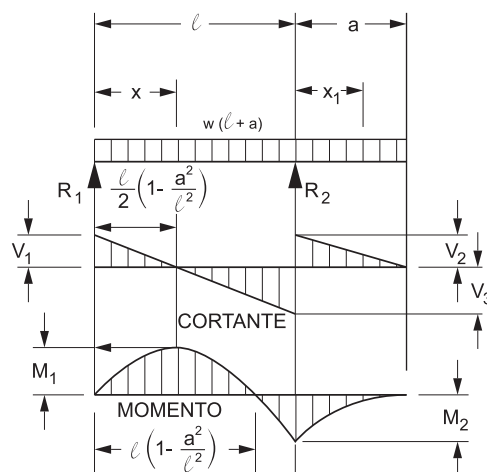
$$M_2 \text{ (AT } R_2) \dots\dots\dots = \frac{wa^2}{2}$$

$$M_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{wx}{2\ell} (\ell^2 - a^2 - x\ell)$$

$$M_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = \frac{w}{2} (a - x_1)^2$$

$$\Delta_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{wx}{24EI\ell} (\ell^4 - 2\ell^2x^2 + (x^3 - 2a^2\ell^2 + 2a^2x^2))$$

$$\Delta_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = \frac{wx_1}{24EI} (4a^2\ell - \ell^3 + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$$



(10) VIGA CON DOS APOYOS SIMPLES Y UN EXTREMO EN VOLADIZO - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA EN EL VOLADIZO

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{wa^2}{2\ell}$$

$$R_2 = V_1 + V_2 \dots\dots\dots = \frac{wa}{2\ell} (2\ell + a)$$

$$V_2 \dots\dots\dots = wa$$

$$V_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = w(a - x_1)$$

$$M_{MAX} \text{ (EN } R_2) \dots\dots\dots = \frac{wa^2}{2}$$

$$M_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{wa^2x}{2\ell}$$

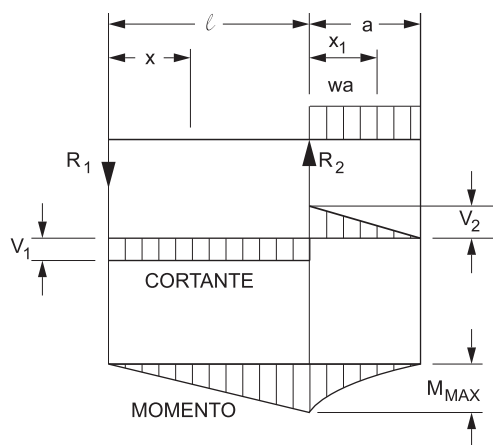
$$M_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = \frac{w}{2} (a - x_1)^2$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (ENTRE APOYOS EN } x = \frac{\ell}{\sqrt{3}}) \dots\dots\dots = \frac{wa^2\ell^2}{18\sqrt{3}EI} = .03208 \frac{wa^2\ell^2}{EI}$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (PARA VOLADIZO EN } x_1 = a) \dots\dots\dots = \frac{wa^3}{24EI} (4\ell + 3a)$$

$$\Delta_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{wa^2x}{12EI\ell} (\ell^2 - x^2)$$

$$\Delta_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = \frac{wx_1}{24EI} (4a^2\ell + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$$



(11) VIGA CON DOS APOYOS SIMPLES Y UN EXTREMO EN VOLADIZO - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA ENTRE APOYOS

$$R = V \dots\dots\dots = \frac{w\ell}{2}$$

$$V_x \dots\dots\dots = w \left(\frac{\ell}{2} - x \right)$$

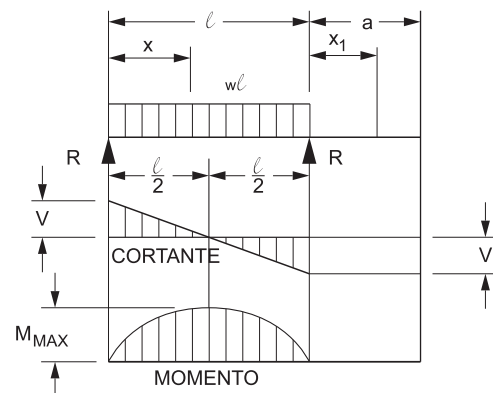
$$M_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{8}$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{2} (\ell - x)$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (EN CENTRO)} \dots\dots\dots = \frac{5w\ell^4}{384EI}$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{24EI} (\ell^3 - 2\ell x^2 + x^3)$$

$$\Delta_{x_1} \dots\dots\dots = \frac{w\ell^3x_1}{24EI}$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

(12) VIGA CON DOS APOYOS SIMPLES Y UN EXTREMO EN VOLADIZO - CARGA CONCENTRADA EN CUALQUIER PUNTO ENTRE LOS APOYOS

$$R_1 = V_1 \text{ (MAX CUANDO } a < b) \dots\dots\dots = \frac{Pb}{\ell}$$

$$R_2 = V_2 \text{ (MAX CUANDO } a > b) \dots\dots\dots = \frac{Pa}{\ell}$$

$$M_{MAX} \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{Pab}{\ell}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = \frac{Pbx}{\ell}$$

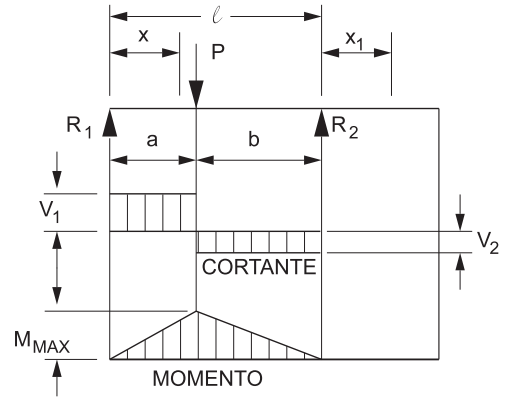
$$\Delta_{MAX} \left(\text{EN } x = \sqrt{\frac{a(a+2b)}{3}} \text{ CUANDO } a > b \right) \dots\dots\dots = \frac{Pab(a+2b)\sqrt{3a(a+2b)}}{27EI\ell}$$

$$\Delta_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = \frac{Pbx}{6EI\ell} (\ell^2 - b^2 - x^2)$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x > a) \dots\dots\dots = \frac{Pa(\ell-x)}{6EI} (2\ell x - x^2 - a^2)$$

$$\Delta_{x_1} \dots\dots\dots = \frac{Pabx_1}{6EI\ell} (\ell + a)$$



(13) VIGA CON DOS APOYOS SIMPLES Y UN EXTREMO EN VOLADIZO - CARGA CONCENTRADA EN EL EXTREMO DEL VOLADIZO

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{Pa}{\ell}$$

$$R_2 = V_1 + V_2 \dots\dots\dots = \frac{P}{\ell} (\ell + a)$$

$$V_2 \dots\dots\dots = P$$

$$M_{MAX} \text{ (EN } R_2) \dots\dots\dots = Pa$$

$$M_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{Pax}{\ell}$$

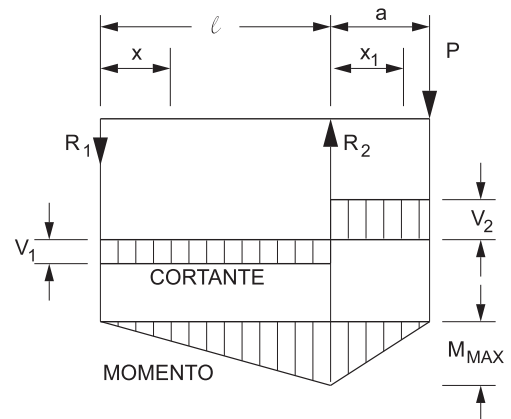
$$M_1 \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = P(a - x_1)$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (ENTRE APOYOS EN } x = \frac{\ell}{\sqrt{3}}) \dots\dots\dots = \frac{Pa\ell^2}{9\sqrt{3}EI} = .06415 \frac{Pa\ell^2}{EI}$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (PARA VOLADIZO EN } x_1 = a) \dots\dots\dots = \frac{Pa^2}{3EI} (\ell + a)$$

$$\Delta_x \text{ (ENTRE APOYOS)} \dots\dots\dots = \frac{Pax}{6EI\ell} (\ell^2 - x^2)$$

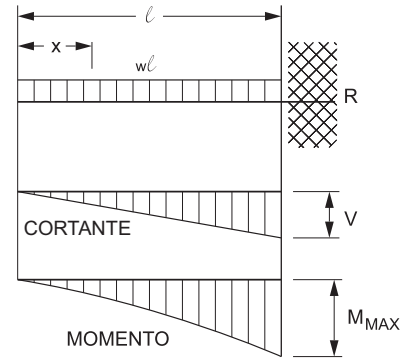
$$\Delta_{x_1} \text{ (PARA VOLADIZO)} \dots\dots\dots = \frac{Px_1}{6EI} (2a\ell + 3ax_1 - x_1^2)$$



AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

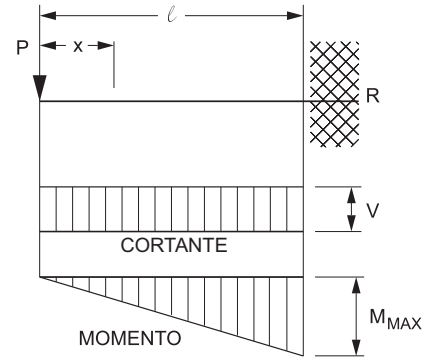
(14) VIGA EN VOLADIZO - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$\begin{aligned}
 R = V & \dots\dots\dots = wl \\
 V_x & \dots\dots\dots = wx \\
 M_{MAX} \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} & \dots\dots\dots = \frac{wl^2}{2} \\
 M_x & \dots\dots\dots = \frac{wx^2}{2} \\
 \Delta_{MAX} \text{ (EN EXTREMO LIBRE)} & \dots\dots\dots = \frac{wl^4}{8EI} \\
 \Delta_x & \dots\dots\dots = \frac{w}{24EI} (x^4 - 4l^3x + 3l^4)
 \end{aligned}$$



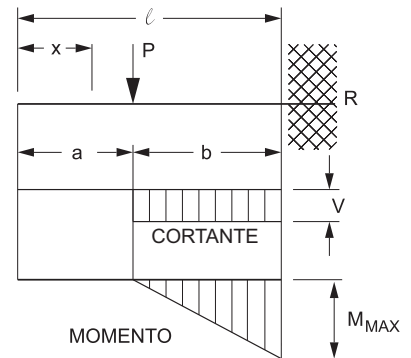
(15) VIGA EN VOLADIZO - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$\begin{aligned}
 R = V & \dots\dots\dots = P \\
 M_{MAX} \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} & \dots\dots\dots = Pl \\
 M_x & \dots\dots\dots = Px \\
 \Delta_{MAX} \text{ (EN EXTREMO LIBRE)} & \dots\dots\dots = \frac{Pl^3}{3EI} \\
 \Delta_x & \dots\dots\dots = \frac{P}{6EI} (2l^3 - 3l^2x + x^3)
 \end{aligned}$$



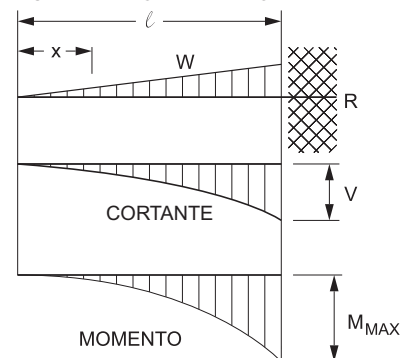
(16) VIGA EN VOLADIZO - CARGA CONCENTRADA EN CUALQUIER PUNTO

$$\begin{aligned}
 R = V & \dots\dots\dots = P \\
 M_{MAX} \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} & \dots\dots\dots = Pb \\
 M_x \text{ (CUANDO } x > a) & \dots\dots\dots = P(x - a) \\
 \Delta_{MAX} \text{ (EN EXTREMO LIBRE)} & \dots\dots\dots = \frac{Pb^2}{6EI} (3l - b) \\
 \Delta_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} & \dots\dots\dots = \frac{Pb^3}{3EI} \\
 \Delta_x \text{ (CUANDO } x < a) & \dots\dots\dots = \frac{Pb^2}{6EI} (3l - 3x - b) \\
 \Delta_x \text{ (CUANDO } x > a) & \dots\dots\dots = \frac{P(l - x)^2}{6EI} (3b - l + x)
 \end{aligned}$$



(17) VIGA EN VOLADIZO - CARGA DISTRIBUIDA INCREMENTANDO UNIFORMEMENTE HACIA EL EMPOTRAMIENTO

$$\begin{aligned}
 R = V & \dots\dots\dots = W \\
 V_x & \dots\dots\dots = W \frac{x^2}{l^2} \\
 M_{MAX} \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} & \dots\dots\dots = \frac{Wl}{3} \\
 M_x & \dots\dots\dots = \frac{Wx^3}{3l^2} \\
 \Delta_{MAX} \text{ (EN EXTREMO LIBRE)} & \dots\dots\dots = \frac{Wl^3}{15EI} \\
 \Delta_x & \dots\dots\dots = \frac{W}{60EI l^2} (x^5 - 5l^4x + 4l^5)
 \end{aligned}$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

(18) VIGA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y CON UN APOYO SIMPLE EN EL OTRO EXTREMO.
CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{3w\ell}{8}$$

$$R_2 = V_2 \text{ MAX} \dots\dots\dots = \frac{5w\ell}{8}$$

$$V_x \dots\dots\dots = R_1 - wx$$

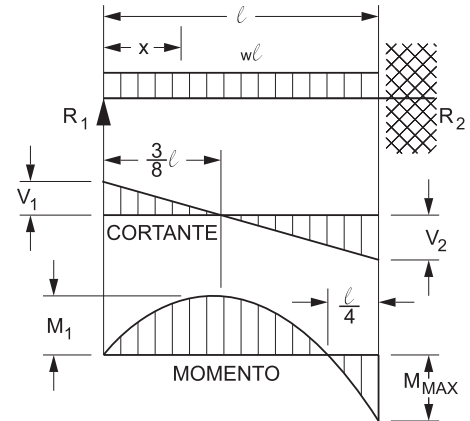
$$M_{\text{MAX}} \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{8}$$

$$M_1 \text{ (EN } x = \frac{3}{8}\ell) \dots\dots\dots = \frac{9}{128} w\ell^2$$

$$M_x \dots\dots\dots = R_1 x - \frac{wx^2}{2}$$

$$\Delta_{\text{MAX}} \text{ (EN } x = \frac{\ell}{16} (1 + \sqrt{33}) = .4215) \dots\dots\dots = \frac{w\ell^4}{185 EI}$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{48 EI} (\ell^3 - 3\ell x^2 + 2x^3)$$



(19) VIGA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y CON UN APOYO SIMPLE EN EL OTRO EXTREMO.
CARGA CONCENTRADA EN EL CENTRO

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{5P}{16}$$

$$R_2 = V_2 \text{ MAX} \dots\dots\dots = \frac{11P}{16}$$

$$M_{\text{MAX}} \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} \dots\dots\dots = \frac{3P\ell}{16}$$

$$M_1 \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{5P\ell}{32}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = \frac{5Px}{16}$$

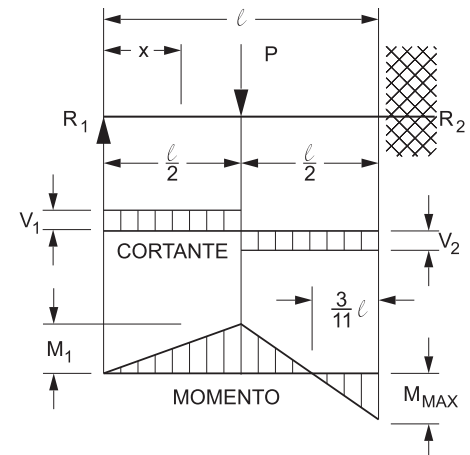
$$M_x \text{ (CUANDO } x > \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = P \left(\frac{\ell}{2} - \frac{11x}{16} \right)$$

$$\Delta_{\text{MAX}} \text{ (EN } x = \ell \sqrt{\frac{1}{5}} = .4472\ell) \dots\dots\dots = \frac{P\ell^3}{48 EI \sqrt{5}} = 0.009317 \frac{P\ell^3}{EI}$$

$$\Delta_x \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} \dots\dots\dots = \frac{7P\ell^3}{768 EI}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = \frac{Px}{96 EI} (3\ell^2 - 5x^2)$$

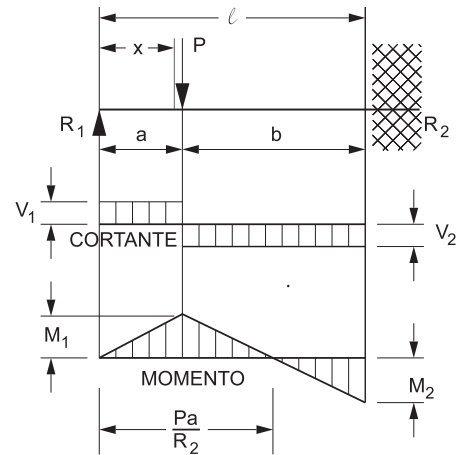
$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x > \frac{\ell}{2}) \dots\dots\dots = \frac{P}{96 EI} (x - \ell)^2 (11x - 2\ell)$$



AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

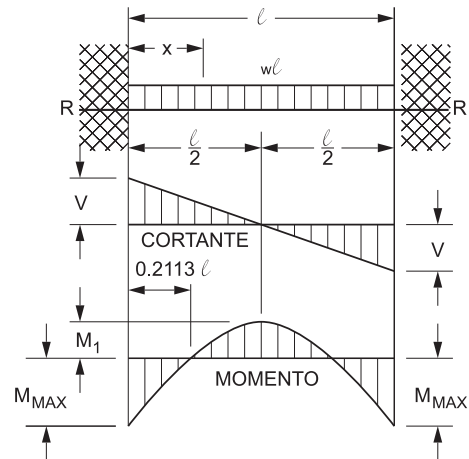
(20) VIGA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y CON UN APOYO SIMPLE EN EL OTRO EXTREMO. CON CARGA CONCENTRADA EN CUALQUIER PUNTO

$$\begin{aligned}
 R_1 = V_1 & \dots\dots\dots = \frac{Pb^2}{2\ell^3} (a + 2\ell) \\
 R_2 = V_2 & \dots\dots\dots = \frac{Pa}{2\ell^3} (3\ell^2 - a^2) \\
 M_1 \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} & \dots\dots\dots = R_1 a \\
 M_2 \text{ (EN EMPOTRAMIENTO)} & \dots\dots\dots = \frac{Pab}{2\ell^2} (a + \ell) \\
 M_x \text{ (CUANDO } x < a) & \dots\dots\dots = R_1 x \\
 M_x \text{ (CUANDO } x > a) & \dots\dots\dots = R_1 x - P(x - a) \\
 \Delta_{MAX} \text{ (CUANDO } a < .414\ell \text{ EN } x = \ell \frac{\ell^2 + a^2}{3\ell^2 - a^2}) & = \frac{Pa}{3EI} \frac{(\ell^2 - a^2)^3}{(3\ell^2 - a^2)^2} \\
 \Delta_{MAX} \text{ (CUANDO } a > .414\ell \text{ EN } x = \ell \sqrt{\frac{a}{2\ell + a}} & = \frac{Pab^2}{6EI} \sqrt{\frac{a}{2\ell + a}} \\
 \Delta_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA)} & \dots\dots\dots = \frac{Pa^2 b^3}{12EI \ell^3} (3\ell + a) \\
 \Delta_x \text{ (CUANDO } x < a) & \dots\dots\dots = \frac{Pb^2 x}{12EI \ell^3} (3a\ell^2 - 2\ell x^2 - ax^2) \\
 \Delta_x \text{ (CUANDO } x > a) & \dots\dots\dots = \frac{Pa}{12EI \ell^3} (\ell - x)^2 (3\ell^2 x - a^2 x - 2a^2 \ell)
 \end{aligned}$$



(21) VIGA EMPOTRADA EN AMBOS EXTREMOS - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA

$$\begin{aligned}
 R = V & \dots\dots\dots = \frac{w\ell}{2} \\
 V_x & \dots\dots\dots = w \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \\
 M_{MAX} \text{ (EN EXTREMOS)} & \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{12} \\
 M_1 \text{ (EN CENTRO)} & \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{24} \\
 M_x & \dots\dots\dots = \frac{w}{12} (6(x - \ell/2)^2 - 6x^2) \\
 \Delta_x \text{ (EN CENTRO)} & \dots\dots\dots = \frac{w\ell^4}{384EI} \\
 \Delta_x & \dots\dots\dots = \frac{wx^2}{24EI} (\ell - x)^2
 \end{aligned}$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

(22) VIGA EMPOTRADA EN AMBOS EXTREMOS - CARGA CONCENTRADA EN CUALQUIER PUNTO

$$R_1 = V_1 \text{ (MAX CUANDO } a < b) \dots\dots\dots = \frac{Pb^2}{\ell^3} (3a + b)$$

$$R_2 = V_2 \text{ (MAX CUANDO } a > b) \dots\dots\dots = \frac{Pa^2}{\ell^3} (a + 3b)$$

$$M_1 \text{ (MAX CUANDO } a < b) \dots\dots\dots = \frac{Pab^2}{\ell^2}$$

$$M_2 \text{ (MAX CUANDO } a > b) \dots\dots\dots = \frac{Pa^2b}{\ell^2}$$

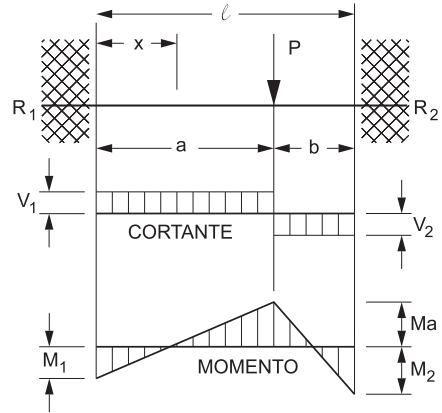
$$M_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA) } \dots\dots\dots = \frac{2Pa^2b^2}{\ell^3}$$

$$M_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = R_1x - \frac{Pab^2}{\ell^2}$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (CUANDO } a > b \text{ EN } x = \frac{2a\ell}{3a+b}) \dots\dots\dots = \frac{2Pa^3b^2}{3EI(3a+b)^2}$$

$$\Delta_a \text{ (EN PUNTO DE CARGA) } \dots\dots\dots = \frac{Pa^3b^3}{3EI\ell^3}$$

$$\Delta_x \text{ (CUANDO } x < a) \dots\dots\dots = \frac{Pb^2x^2}{6EI\ell^3} (3a\ell - 3ax - bx)$$



(23) VIGA - CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDA Y MOMENTOS VARIABLES EN LOS EXTREMOS

$$R_1 = V_1 \dots\dots\dots = \frac{w\ell}{2} + \frac{M_1 - M_2}{\ell}$$

$$R_2 = V_2 \dots\dots\dots = \frac{w\ell}{2} - \frac{M_1 - M_2}{\ell}$$

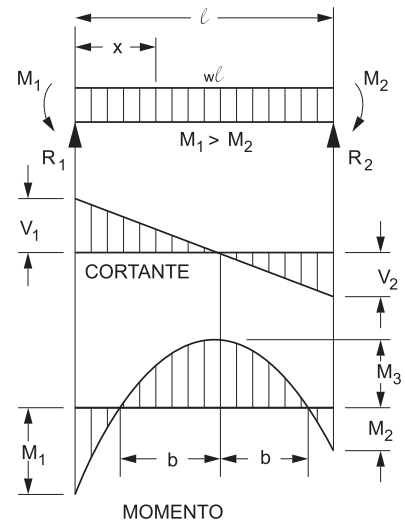
$$V_x \dots\dots\dots = w \left(\frac{\ell}{2} - x \right) + \frac{M_1 - M_2}{\ell}$$

$$M_3 \text{ (EN } x = \frac{\ell}{2} + \frac{M_1 - M_2}{w\ell}) \dots\dots\dots = \frac{w\ell^2}{8} - \frac{M_1 + M_2}{2} + \frac{(M_1 - M_2)^2}{2w\ell^2}$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{wx}{2} (\ell - x) + \left(\frac{M_1 - M_2}{\ell} \right) x - M_1$$

$$b \text{ (PARA LOCALIZAR PUNTOS DE INFLEXION) } = \sqrt{\frac{\ell^2}{4} - \left(\frac{M_1 + M_2}{w} \right) + \left(\frac{M_1 - M_2}{w\ell} \right)^2}$$

$$\Delta_x \dots\dots = \frac{wx}{24EI} \left[x^3 - \left(2\ell + \frac{4M_1}{w\ell} - \frac{4M_2}{w\ell} \right) x^2 + \frac{12M_1}{w} x + \ell^3 - \frac{8M_1\ell}{w} - \frac{4M_2\ell}{w} \right]$$



AN-31. Ecuaciones y diagramas para diseño de vigas (continuación)

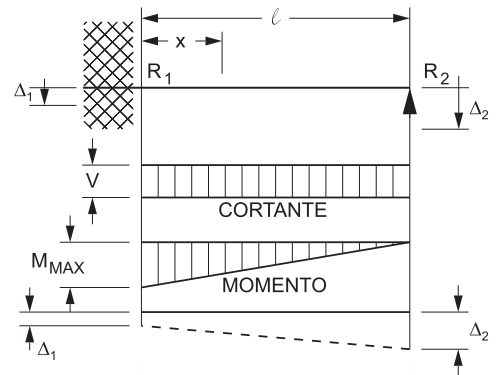
(24) VIGA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y CON APOYO SIMPLE EN EL OTRO EXTREMO-
DESPLAZAMIENTOS DIFERENCIALES EN LOS APOYOS

$$V = -R_1 = R_2 \dots\dots\dots = \frac{3EI}{\ell^3} (\Delta_2 - \Delta_1)$$

$$M_{MAX} \dots\dots\dots = \frac{3EI}{\ell^2} (\Delta_2 - \Delta_1)$$

$$M_x \dots\dots\dots = M_{MAX} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \Delta_1 + \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{2} \left[3 \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{x}{\ell}\right)^3 \right]$$



(25) VIGA EMPOTRADA EN UN EXTREMO Y CON APOYO SIMPLE EN EL OTRO EXTREMO-
ROTACION EN EMPOTRAMIENTO

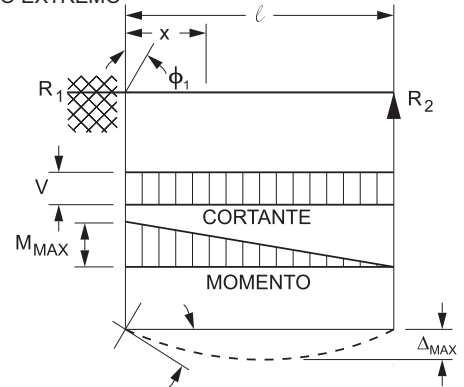
$$V = -R_1 = R_2 \dots\dots\dots = \frac{3EI}{\ell^2} \phi_1$$

$$M_{MAX} \dots\dots\dots = \frac{3EI}{\ell} \phi_1$$

$$M_x \dots\dots\dots = M_{MAX} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)$$

$$\Delta_{MAX} \dots\dots\dots = \phi_1 \left[\frac{\ell}{5.196} \right]$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \phi_1 \left[-x + \frac{3x^2}{2\ell} - \frac{x^3}{2\ell^2} \right]$$



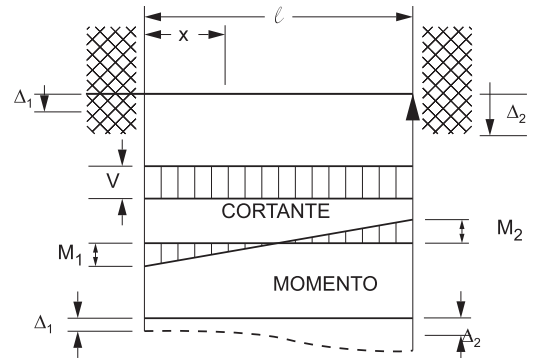
(26) VIGA EMPOTRADA EN AMBOS EXTREMOS - DESPLAZAMIENTO DIFERENCIALES EN AMBOS APOYOS

$$V = -R_1 = R_2 \dots\dots\dots = \frac{12EI}{\ell^3} (\Delta_2 - \Delta_1)$$

$$M_1 = -M_2 \dots\dots\dots = \frac{6EI}{\ell^2} (\Delta_2 - \Delta_1)$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{6EI}{\ell^2} (\Delta_2 - \Delta_1) \left(1 - \frac{2x}{\ell}\right)$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \Delta_1 + (\Delta_2 - \Delta_1) \left[3 \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - 2 \left(\frac{x}{\ell}\right)^3 \right]$$



(27) VIGA EMPOTRADA EN AMBOS EXTREMOS - ROTACION EN UN APOYO

$$V = -R_1 = R_2 \dots\dots\dots = \frac{6EI}{\ell^2} \phi_2$$

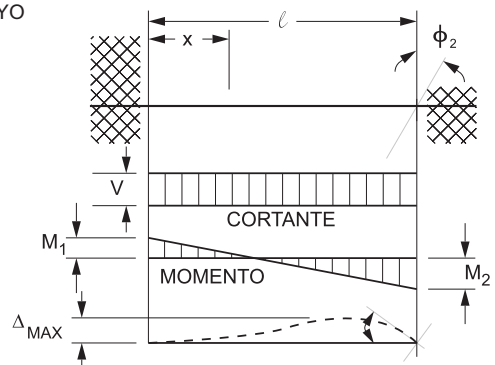
$$M_1 \dots\dots\dots = \frac{2EI}{\ell} \phi_2$$

$$M_2 \dots\dots\dots = \frac{4EI}{\ell} \phi_2$$

$$M_x \dots\dots\dots = \frac{2EI}{\ell} \phi_2 \left(1 - \frac{3x}{\ell}\right)$$

$$\Delta_{MAX} \text{ (EN } x = \frac{2}{3}\ell) \dots\dots\dots = \frac{4}{27} \ell \phi_2$$

$$\Delta_x \dots\dots\dots = \ell \phi_2 \left[\left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{x}{\ell}\right)^3 \right]$$



Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-32. Coeficientes de deflexión y rotación por cargas de pre-esfuerzo

COEFICIENTES DE DEFLEXION Y ROTACION POR CARGAS DE PRE-ESFUERZO

PATRON DE PRE-ESFUERZO	CARGA O MOMENTO	PATRON DE CARGA EQUIVALENTE	DEFLEXION	ROTACION EN EL EXTREMO
	$M = Pe$		$+$ $\frac{Ml^2}{16EI}$	$+$ $-\frac{Ml}{6EI}$
	$M = Pe$		$+$ $\frac{Ml^2}{16EI}$	$+$ $-\frac{Ml}{3EI}$
	$M = Pe$		$+$ $\frac{Ml^2}{8EI}$	$+$ $-\frac{Ml}{2EI}$
	$N = \frac{4Pe'}{l}$		$+$ $\frac{Nl^3}{48EI}$	$+$ $-\frac{Nl^2}{16EI}$
	$N = \frac{Pe'}{bl}$		$+$ $\frac{b(3-4b^2)Nl^3}{24EI}$	$+$ $-\frac{b(1-b)Nl^2}{2EI}$
	$N = \frac{8Pe'}{l^2}$		$+$ $\frac{5wl^4}{384EI}$	$+$ $-\frac{wl^3}{24EI}$

Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-32. Coeficientes de deflexión y rotación por cargas de pre-esfuerzo (continuación)

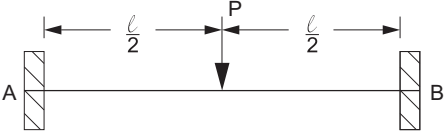

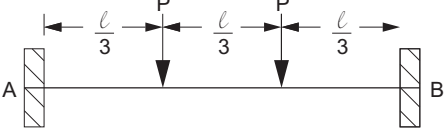
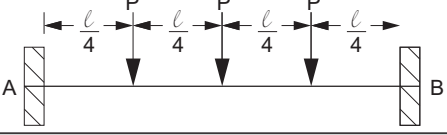
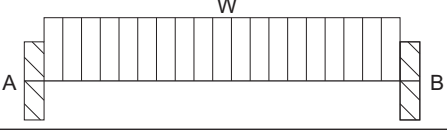

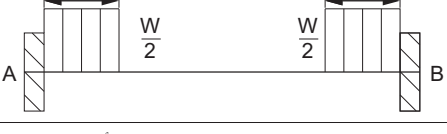
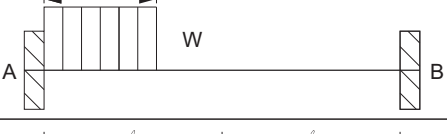
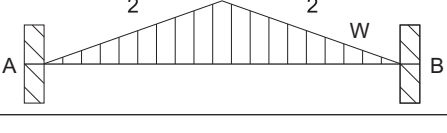

COEFICIENTES DE DEFLEXION Y ROTACION POR CARGAS DE PRE-ESFUERZO (CONTINUACION)

PATRON DE PRE-ESFUERZO	CARGA O MOMENTO	PATRON DE CARGA EQUIVALENTE	DEFLEXION	ROTACION EN EL EXTREMO
	$w = \frac{8Pe'}{\ell^2}$		$+$ $\frac{5w\ell^4}{768 EI}$	$+$ $-\frac{7w\ell^3}{384 EI}$
	$w = \frac{8Pe'}{\ell^2}$		$+$ $\frac{5w\ell^4}{768 EI}$	$+$ $-\frac{7w\ell^3}{384 EI}$
	$w = \frac{4Pe'}{(0.5-b)\ell^2}$ $w_1 = \frac{w}{b}(0.5-b)$		$\left[\frac{5-b}{8} - \frac{b}{2}(3-2b^2) \right] \frac{w\ell^4}{48 EI}$	$+$ $-(1-b)(1-2b)\frac{w\ell^3}{24 EI}$
	$w = \frac{4Pe'}{(0.5-b)\ell^2}$ $w_1 = \frac{w}{b}(0.5-b)$		$\left[\frac{5-b}{16} - \frac{b}{4}(3-2b^2) \right] \frac{w\ell^4}{48 EI}$	$\left[-\frac{7}{8} + b(2-b^2) \right] \frac{w\ell^3}{48 EI}$
	$w = \frac{4Pe'}{(0.5-b)\ell^2}$ $w_1 = \frac{w}{b}(0.5-b)$		$\left[\frac{5-b}{16} - \frac{b}{4}(3-2b^2) \right] \frac{w\ell^4}{48 EI}$	$\left[\frac{7}{8} - b(2-b^2) \right] \frac{w\ell^3}{48 EI}$

Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

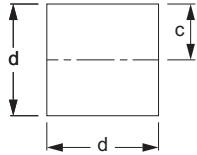
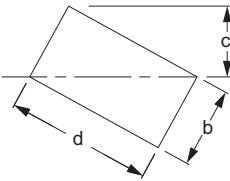
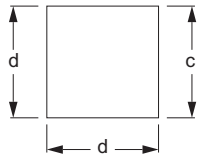
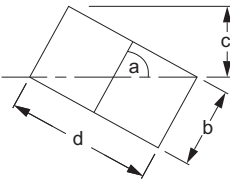
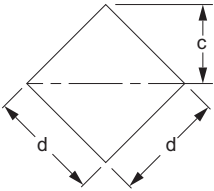
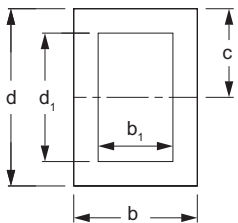
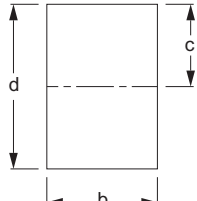
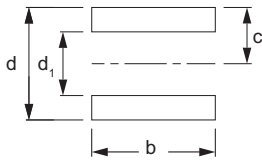
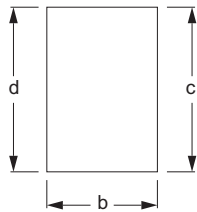
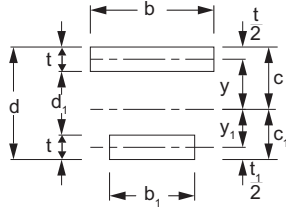
AN-33. Momentos en vigas con extremos empotrados

MOMENTOS EN VIGAS CON EXTREMOS EMPOTRADOS

CARGA	MOMENTO EN A	MOMENTO AL CENTRO	MOMENTO EN B
	$-\frac{Pl}{8}$	$+\frac{Pl}{8}$	$-\frac{Pl}{8}$
	$-Pl a (1 - a)^2$		$-Pl a^2 (1 - a)$
	$-\frac{2Pl}{9}$	$+\frac{Pl}{9}$	$-\frac{2Pl}{9}$
	$-\frac{5Pl}{16}$	$+\frac{3Pl}{16}$	$-\frac{5Pl}{16}$
	$-\frac{Wl}{12}$	$+\frac{Wl}{24}$	$-\frac{Wl}{12}$
	$-\frac{Wl(1 + 2a - 2a^2)}{12}$	$+\frac{Wl(1 + 2a + 4a^2)}{24}$	$-\frac{Wl(1 + 2a - 2a^2)}{12}$
	$-\frac{Wl(3a - 2a^2)}{12}$	$+\frac{W(a^2)}{6}$	$-\frac{Wl(3a - 2a^2)}{12}$
	$-\frac{Wl(a(6 - 8a + 3a^2))}{12}$		$-\frac{Wl(a^2(4 - 3a))}{12}$
	$-\frac{5Wl}{48}$	$+\frac{3Wl}{48}$	$-\frac{5Wl}{48}$
	$-\frac{Wl}{10}$		$-\frac{Wl}{15}$

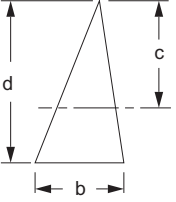
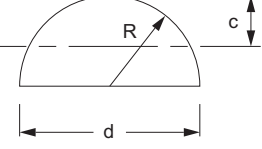
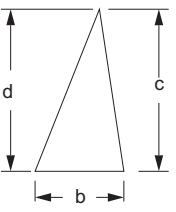
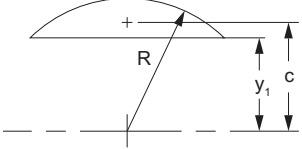
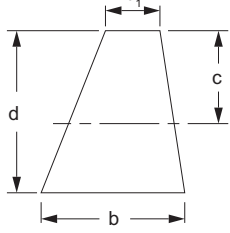
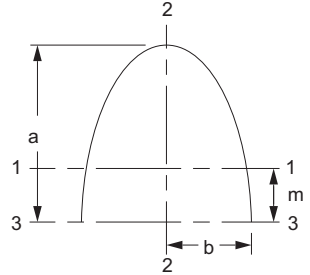
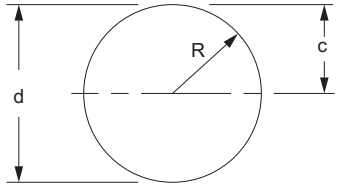
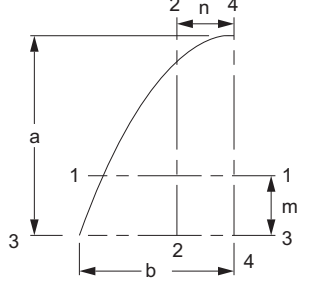
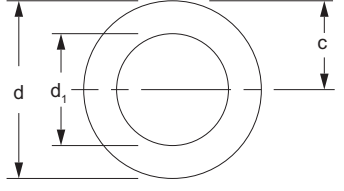
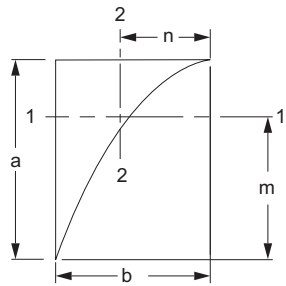
W = CARGA TOTAL EN LA VIGA

AN-34. Propiedades de secciones geométricas

PROPIEDADES DE SECCIONES GEOMETRICAS	
<p style="text-align: center;">CUADRADO MOMENTOS RESPECTO A EJE CENTRAL</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = d^2$ $c = \frac{d}{2}$ $I = \frac{d^4}{12}$ $S = \frac{d^3}{6}$ $r = \frac{d}{\sqrt{6}} = .288675 d$ </div>	<p style="text-align: center;">RECTANGULO MOMENTOS RESPECTO A LA DIAGONAL</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bd$ $c = \frac{bd}{\sqrt{b^2 + d^2}}$ $I = \frac{b^3d^3}{6(b^2 + d^2)}$ $S = \frac{b^2d^2}{6\sqrt{b^2 + d^2}}$ $r = \frac{bd}{\sqrt{6(b^2 + d^2)}}$ </div>
<p style="text-align: center;">CUADRADO MOMENTOS RESPECTO A LA BASE</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = d^2$ $c = d$ $I = \frac{d^4}{3}$ $S = \frac{d^3}{3}$ $r = \frac{d}{\sqrt{3}} = .577350 d$ </div>	<p style="text-align: center;">RECTANGULO MOMENTOS RESPECTO A LINEA POR CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bd$ $c = \frac{b \sin a + d \cos a}{2}$ $I = \frac{bd(b^2 \sin^2 a + d^2 \cos^2 a)}{12}$ $S = \frac{bd(b^2 \sin^2 a + d^2 \cos^2 a)}{6(b \sin a + d \cos a)}$ $r = \sqrt{\frac{b^2 \sin^2 a + d^2 \cos^2 a}{12}}$ </div>
<p style="text-align: center;">CUADRADO MOMENTOS RESPECTO A LA DIAGONAL</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = d^2$ $c = \frac{d}{\sqrt{2}} = .707107 d$ $I = \frac{d^4}{12}$ $S = \frac{d^3}{6\sqrt{2}} = .117851 d^3$ $r = \frac{d}{\sqrt{12}} = .288675 d$ </div>	<p style="text-align: center;">RECTANGULO HUECO MOMENTOS RESPECTO A EJE CENTRAL</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bd - b_1d_1$ $c = \frac{d}{2}$ $I = \frac{bd^3 - b_1d_1^3}{12}$ $S = \frac{bd^3 - b_1d_1^3}{6d}$ $r = \sqrt{\frac{bd^3 - b_1d_1^3}{12A}}$ </div>
<p style="text-align: center;">RECTANGULO MOMENTOS RESPECTO A EJE CENTRAL</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bd$ $c = \frac{d}{2}$ $I = \frac{bd^3}{12}$ $S = \frac{bd^2}{6}$ $r = \frac{d}{\sqrt{12}} = .288675 d$ </div>	<p style="text-align: center;">RECTANGULOS IGUALES MOMENTOS RESPECTO CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = b(d - d_1)$ $c = \frac{d}{2}$ $I = \frac{b(d^3 - d_1^3)}{12}$ $S = \frac{b(d^3 - d_1^3)}{6d}$ $r = \sqrt{\frac{d^3 - d_1^3}{12(d - d_1)}}$ </div>
<p style="text-align: center;">RECTANGULO MOMENTOS RESPECTO A LA BASE</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bd$ $c = d$ $I = \frac{bd^3}{12}$ $S = \frac{bd^2}{3}$ $r = \frac{d}{\sqrt{3}} = .577350 d$ </div>	<p style="text-align: center;">RECTANGULOS DESIGUALES MOMENTOS RESPECTO CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <div style="margin-top: 10px;"> $A = bt + b_1t_1$ $c = \frac{\frac{1}{2}bt^2 + b_1t_1(d - \frac{1}{2}t_1)}{A}$ $I = \frac{bt^3}{12} + bty^2 + \frac{b_1t_1^3}{12} + b_1t_1y_1^2$ $S = \frac{I}{c} \quad S_1 = \frac{I}{c_1}$ $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ </div>

Fuente: "Manual de Construcción con Acero, Diseño de Esfuerzo Permitido," Novena edición, 1989, Instituto Americano de Construcción con Acero, Chicago, IL.

AN-34. Propiedades de secciones geométricas (continuación)

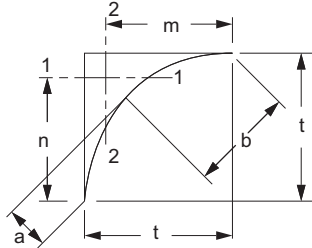
PROPIEDADES DE SECCIONES GEOMETRICAS (CONTINUACION)	
<p>TRIANGULO MOMENTOS RESPECTO A CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <p> $A = \frac{bd}{2}$ $c = \frac{2d}{3}$ $I = \frac{bd^3}{36}$ $S = \frac{bd^2}{24}$ $r = \frac{d}{\sqrt{18}}$ </p>	<p>MEDIO CIRCULO MOMENTOS RESPECTO A CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <p> $A = \frac{\pi R^2}{2}$ $c = R \left(1 - \frac{4}{3\pi}\right)$ $I = R^4 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)$ $S = \left[\frac{R^3}{24}\right] \left[\frac{9\pi^2 - 64}{3\pi - 4}\right]$ $r = R \frac{\sqrt{9\pi^2 - 64}}{6\pi}$ </p>
<p>TRIANGULO MOMENTOS RESPECTO A BASE</p>  <p> $A = \frac{bd}{2}$ $c = d$ $I = \frac{bd^3}{12}$ $S = \frac{bd^2}{12}$ $r = \frac{d}{\sqrt{6}}$ </p>	<p>SEGMENTO DE CIRCULO MOMENTOS RESPECTO AL CENTRO DEL CIRCULO</p>  <p> $I = \frac{\pi R^4}{8} + \frac{y_1}{2} \sqrt{(R^2 - y_1^2)^3} - \frac{R^2}{4} \left(y_1 \sqrt{R^2 - y_1^2} + R^2 \sin^{-1} \frac{y_1}{R} \right)$ $A = \frac{\pi R^2}{2} - y_1 \sqrt{R^2 - y_1^2} - R^2 \sin^{-1} \left(\frac{y_1}{R} \right)$ $c = \frac{2(R^2 - y_1^2)^{3/2}}{3} / A$ </p>
<p>TRAPEZOIDE MOMENTOS RESPECTO A CENTRO DE GRAVEDAD</p>  <p> $A = \frac{d(b + b_1)}{2}$ $c = \frac{d(2b + b_1)}{3(b + b_1)}$ $I = \frac{d^3(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{36(b + b_1)}$ $S = \frac{d^2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{12(2b + b_1)}$ $r = \frac{d}{6(b + b_1)}$ $x = \sqrt{2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}$ </p>	<p>PARABOLA</p>  <p> $A = \frac{4}{3} ab$ $m = \frac{2}{5} a$ $I_1 = \frac{16}{175} a^3 b$ $I_2 = \frac{4}{15} ab^3$ $I_3 = \frac{32}{105} a^3 b$ </p>
<p>CIRCULO MOMENTOS RESPECTO AL CENTRO</p>  <p> $A = \frac{\pi d^2}{4} = \pi R^2$ $c = \frac{d}{2} = R$ $I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi R^4}{4}$ $S = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi R^3}{4}$ $r = \frac{d}{4} = \frac{R}{2}$ </p>	<p>MEDIA PARABOLA</p>  <p> $A = \frac{2}{3} ab$ $m = \frac{2}{5} a$ $n = \frac{3}{8} b$ $I_1 = \frac{8}{175} a^3 b$ $I_2 = \frac{19}{480} ab^3$ $I_3 = \frac{16}{105} a^3 b$ $I_4 = \frac{2}{15} ab^3$ </p>
<p>CIRCULO HUECO MOMENTOS RESPECTO AL CENTRO</p>  <p> $A = \frac{\pi(d^2 - d_1^2)}{4}$ $c = \frac{d}{2}$ $I = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{64}$ $S = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{32d}$ $r = \frac{\sqrt{d^2 - d_1^2}}{4}$ </p>	<p>COMPLEMENTO DE MEDIA PARABOLA</p>  <p> $A = \frac{1}{3} ab$ $m = \frac{7}{10} a$ $n = \frac{3}{4} b$ $I_1 = \frac{37}{2100} a^3 b$ $I_2 = \frac{1}{80} ab^3$ </p>

Fuente: PCI Design Handbook / Quinta edición

AN-34. Propiedades de secciones geométricas (continuación)

PROPIEDADES DE SECCIONES GEOMETRICAS (CONTINUACION)

COMPLEMENTO DE PARABOLA EN ANGULO RECTO



$$a = \frac{t}{2\sqrt{2}}$$

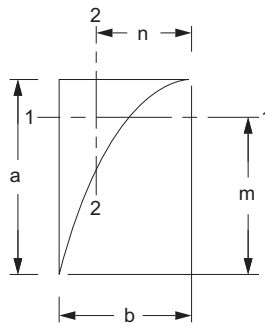
$$b = \frac{t}{\sqrt{2}}$$

$$A = \frac{1}{6} t^2$$

$$m = n = \frac{4}{5} t$$

$$I_1 = I_2 = \frac{11}{2100} t^4$$

* COMPLEMENTO DE ELIPTICA



$$A = ab \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$$

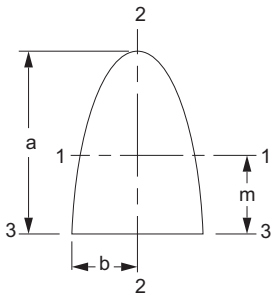
$$m = \frac{a}{6 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$n = \frac{b}{6 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$I_1 = a^3 b \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16} - \frac{1}{36 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}\right)$$

$$I_2 = ab^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16} - \frac{1}{36 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}\right)$$

* MEDIA ELIPSE



$$A = \frac{1}{2} \pi ab$$

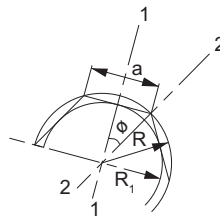
$$m = \frac{4a}{3\pi}$$

$$I_1 = a^3 b \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)$$

$$I_2 = \frac{1}{8} \pi ab^3$$

$$I_3 = \frac{1}{8} \pi a^3 b$$

POLIGONO REGULAR MOMENTOS RESPECTO AL CENTRO



n = NUMERO DE LADOS

$$\phi = \frac{180^\circ}{n}$$

$$a = 2\sqrt{R^2 - R_1^2}$$

$$R = \frac{a}{2\sin \phi}$$

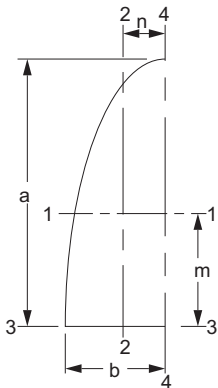
$$R_1 = \frac{a}{2\tan \phi}$$

$$A = \frac{1}{4} na^2 \cot \phi = \frac{1}{2} nR^2 \sin 2\phi = nR_1^2 \tan \phi$$

$$I_1 = I_2 = \frac{A(6R^2 - a^2)}{24} = \frac{A(12R_1^2 - a^2)}{48}$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{6R^2 - a^2}{24}} = \sqrt{\frac{12R_1^2 + a^2}{48}}$$

* CUARTO DE ELIPSE



$$A = \frac{1}{4} \pi ab$$

$$m = \frac{4a}{3\pi}$$

$$n = \frac{4b}{3\pi}$$

$$I_1 = a^3 b \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)$$

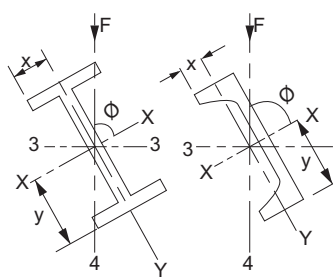
$$I_2 = ab^3 \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)$$

$$I_3 = \frac{1}{16} \pi a^3 b$$

$$I_4 = \frac{1}{16} \pi ab^3$$

* PARA OBTENER PROPIEDADES DE MEDIO CIRCULO, UN CUARTO DE CIRCULO Y COMPLEMENTO CIRCULAR, SUSTITUIR a = b = R

VIGAS Y FUERZA TRANSVERSA Y OBLICUA RESPECTO A CENTRO DE GRAVEDAD



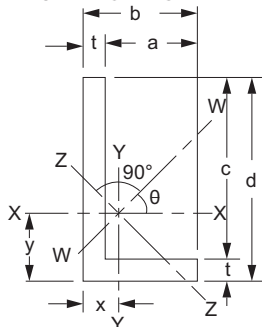
$$I_3 = I_x \sin^2 \phi + I_y \cos^2 \phi$$

$$I_4 = I_x \cos^2 \phi + I_y \sin^2 \phi$$

$$f_b = M \left(\frac{y}{I_x} \sin \phi + \frac{x}{I_y} \cos \phi \right)$$

DONDE M ES EL MOMENTO DEBIDO A LA FUERZA F.

ANGULO MOMENTO RESPECTO A CENTRO DE GRAVEDAD



K ES NEGATIVO CUANDO EL ANGULO RESPECTO AL CENTRO DE GRAVEDAD ESTA EN EL 1ER O 3ER CUADRANTE, Y POSITIVO CUANDO ESTA EN EL 2DO Y 4TO CUADRANTE.

$$\tan \theta = \frac{2K}{I_y - I_x}$$

$$A = t(b+c) \quad x = \frac{b^2 + ct}{2(b+c)} \quad y = \frac{d^2 + at}{2(b+c)}$$

K = PRODUCTO DE INERCIA CON RESPECTO A X - X & Y - Y

$$K = \pm \frac{abcdt}{4(b+c)}$$

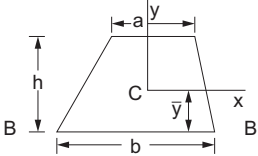
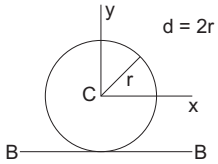
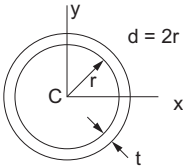
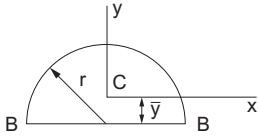
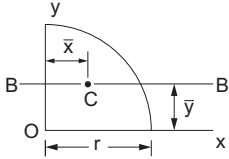
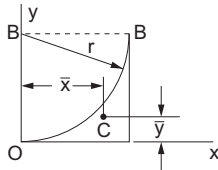
$$I_x = \frac{1}{3} [t(d-y)^3 + by^3 - a(y-t)^3]$$

$$I_y = \frac{1}{3} [t(b-x)^3 + dx^3 - c(x-t)^3]$$

$$I_z = I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta + K \sin 2\theta$$

$$I_w = I_x \cos^2 \theta + I_y \sin^2 \theta - K \sin 2\theta$$

AN-35. Propiedades de áreas planas

PROPIEDADES DE AREAS PLANAS	
	<p style="text-align: center;">TRAPEZOIDE (ORIGEN DE LOS EJES EN EL CENTROIDE.)</p> $A = \frac{h(a+b)}{2} \quad \bar{y} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$ $I_x = \frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)} \quad I_{BB} = \frac{h^3(3a+b)}{12}$
	<p style="text-align: center;">CIRCULO (ORIGEN DE LOS EJES EN EL CENTRO.)</p> $A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$ $I_{xy} = 0 \quad I_p = \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} \quad I_{BB} = \frac{5\pi r^4}{4} = \frac{5\pi d^4}{64}$
	<p style="text-align: center;">ANILLO CIRCULAR (ORIGEN DE LOS EJES EN EL CENTRO.) FORMULAS APROXIMADAS PARA EL CASO CUANDO "t" ES PEQUEÑO.</p> $A = 2\pi r t = \pi d t \quad I_x = I_y = \pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{8}$ $I_{xy} = 0 \quad I_p = 2\pi r^3 t = \frac{\pi d^3 t}{4}$
	<p style="text-align: center;">SEMICIRCULO (ORIGEN DE LOS EJES EN EL CENTROIDE.)</p> $A = \frac{\pi r^2}{2} \quad \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$ $I_x = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{72\pi} \approx 0.1098r^4 \quad I_y = \frac{\pi r^4}{8}$ $I_{xy} = 0 \quad I_{BB} = \frac{\pi r^4}{8}$
	<p style="text-align: center;">CUADRANTE DEL CÍRCULO (ORIGEN DE LOS EJES EN EL CENTRO DEL CÍRCULO.)</p> $A = \frac{\pi r^2}{4} \quad \bar{x} = \bar{y} = \frac{4r}{3\pi}$ $I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{16} \quad I_{xy} = \frac{r^4}{8}$ $I_{BB} = \frac{(9\pi^2 - 64)r^4}{144\pi} \approx 0.05488r^4$
	<p style="text-align: center;">ARCO DE CUADRANTE DE CIRCULO (ORIGEN DE LOS EJES EN EL VERTICE.)</p> $A = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) r^2$ $\bar{x} = \frac{2r}{3(4-\pi)} \approx 0.7766r \quad \bar{y} = \frac{(10^2 - 3\pi)r}{3(4-\pi)} \approx 0.2234r$ $I_x = \left(1 - \frac{5\pi}{16}\right) r^4 \approx 0.01825r^4 \quad I_y = I_{BB} = \left(\frac{1}{3} - \frac{\pi}{16}\right) r^4 \approx 0.1370r^4$

Salas de Ventas:

- San Francisco de Dos Ríos • Tel. 2226-3333

- San Rafael de Alajuela • Tel. 2205-2828

Soporte Comercial

Tel. (506) 2205-2800 • Fax 2205-2700

Apdo. 4301-1000

San Rafael de Alajuela, Costa Rica

www.pc.cr